Annexe 1

PARTIR DE LA CONCLUSION

Voici trois copies d'un même élève. La première correspond à la solution du premier problème avec la consigne « Trouver les figures-clés », la seconde se situe environ un mois après et la troisième, deux mois.

C'est un élève qui éprouve des difficultés pour rédiger un texte démonstratif. Sur la première copie, il fait comprendre qu'il sait détecter les figures-clés et qu'il connaît les énoncés des propriétés associées à ces figures. Dans la seconde il rédige un texte proche de sa démarche et énonce les deux propriétés sans les intégrer vraiment parce que sans doute cela reste pour lui seulement une contrainte du prof.

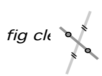
Surtout il raisonne à partir de la conclusion et le sens des schémas est une gêne supplémentaire.

Cependant, on peut penser que les figures-clés lui sont utiles : il n'a aucun mal dans la première copie à les repérer ; le dessin en bas de la deuxième copie semble être là pour indiquer que si son texte n'est pas satisfaisant, il a bien trouvé la solution du problème.

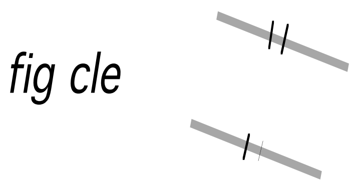
Énoncé

ABC triangle quelconque. M est le milieu de [AB]. N est le milieu de [AC]. On veut démontrer que (MN) est parallèle à (BC). Pour cela on place le point P symétrique du point M par rapport au point N.

Solution[1]



Si les diagonales d'un quadrilatère se coupe en leur milieu alors c'est parallélogramme



Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèle et de même mesure alors c'est un parallélogramme

[1] Pour des raisons de lisibilité les copies ont été dactylographiées

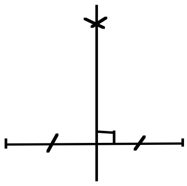
Énoncé

Tracer un quadrilatère OELM. Tracer les médiatrices des segments [OM] et [OE] : elles se coupent en I. Tracer les médiatrices des segments [ML] et [LE] : elles se coupent en J. Prouver que la droite (IJ) est la médiatrice du segment [ME].

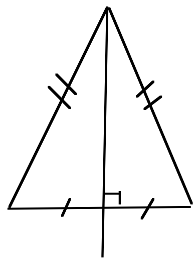
Solution

(IJ) est la médiatrice de [ME] car I et J sont équidistants de N et de E. J est le point d'intersection des médiatrices des segments [ML] et [LE], I est le point d'intersection des médiatrices de [OE] et [OM]. Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment et si il est équidistant des extrémités d'un segment alors il est sur la médiatrice de ce segment

Si



alors



Enoncé

[AC] est le diamètre du cercle de centre O. ABC est un triangle isocèle en C. (AB) coupe le cercle en F et (BC) en E. Démontrer toutes les propriétés que vous pouvez.

Solution

AFC est rectangle car si un triangle inscrit dans un cercle a un côté diamètre [AC] du cercle C, O est alors le milieu de l'hypoténuse donc $\widehat{AFC}$ droit. Si un triangle est inscrit dans un cercle et que un de ses côtés est un diamètre alors ce triangle est rectangle, même chose pour AEC, EBC et ABF. ABC est isocèle et F sa hauteur donc dans un triangle isocèle la hauteur issue du sommet principal est aussi la médiatrice et la médiane de la base.

Annexe 2

DES COPIES D'ELEVES QUI SERVENT DE CORRIGE

Plutôt que de donner comme corrigé la démonstration du prof, nous donnons des démonstrations d'élèves, chaque fois que cela est possible. Cela encourage les élèves à rédiger avec soin pour être l'auteur d'une copie donnée en exemple. Si un élève en difficulté rédige une démonstration sans faute, choisir sa copie est un puissant encouragement. En outre, cela permet de faire apparaître aussi bien la diversité des solutions que la diversité des styles de rédaction possible.

On observe, par exemple, que dans la première copie le passage de l'angle droit à la perpendiculaire (Comme E est droit, alors (EO) ⊥ (CA)) est explicité ; il ne l'est pas dans la deuxième. De même la première énonce explicitement la conclusion finale, la seconde ne le fait pas.

Le second texte est intéressant dans sa rédaction car la propriété s'applique à deux triangles différents et l'élève évite les répétitions inutiles. Les propriétés utilisées sont mises en évidence par une flèche en début de ligne et les pas de démonstration sont bien marqués.

Énoncé

Soit (C) un cercle de centre O. Soient C et A deux points de ce cercle et D le point diamétralement opposé à C. Soit (C') le cercle de diamètre [OC] et E le point d'intersection de (AC) avec ce cercle. Montrer que E est milieu de [AC].

Première copie

Comme (CD) diamètre du cercle (C'), comme E point du cercle (C') et comme quand un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre alors se triangle est rectangle donc COE est un triangle rectangle en E.

Comme $\widehat{E}$ est droit alors EO ⊥ CA.

Comme EO ⊥ CA donc EO hauteur du triangle COA.

Comme C et A sont des points du cercles alors (CO) et (CA) sont des rayons donc CO = CA.

Comme CO = CA, comme (EO) hauteur de COA et Comme dans un triangle isocèle la hauteur issue du sommet principale est aussi la médiatrice de la base donc EO médiatrice de (CA) donc CE = EA donc E milieu de [AC].

Seconde copie

ADC est un triangle inscrit dans le cercle C.. Un de ses côtés est un diamètre de C.
CEO est un triangle inscrit dans le cercle C'. Un de ses côtés est un diamètre de C'

- Si un triangle est inscrit dans un cercle et que un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle

Donc [CA] ⊥ [AD] et [CA] ⊥ [EO].

- Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.

Donc [AD] // [EO].
[EO] ⊥ [CA), [AD] // [EO] et O est le milieu de [CD].
→ Dans un triangle, si une droite est parallèle à un côté et coupe un deuxième côté en son milieu alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Annexe 3

DES COPIES A NE PAS REJETER

Une étude superficielle des trois copies suivantes peut conduire à les rejeter.

Pour la première copie, pourtant, on peut noter que les premières lignes sont satisfaisantes. L'énoncé de la propriété est bien sûr désastreux ; mais il faut savoir que l'une des plus grandes difficultés des élèves débutant la démonstration est de retrouver un énoncé correct pour la propriété à laquelle ils pensent. Si on écrit : « équidistant de » au lieu de « sur les », le texte devient déjà plus cohérent, « ils sont liés » semblant vouloir dire qu'ils sont sur la même droite. Il est alors nécessaire de questionner l'élève et de travailler sur le sens des mots qu'elle emploie et sur ce qu'elle veut exprimer. Le paragraphe suivant est cohérent avec le précédent : il faudrait lire « D et A sont équidistants de B et de C ». Dans ce texte les données sont traduites de manière pertinente en terme de distance, les points A et D sont repérés ; la figure-clé détectée peut alors être un bon support pour travailler sur l'énoncé de la propriété.

Il est vrai que le terme équidistant pose problème, cela se voit aussi dans les deux copies suivantes. Une bonne discussion sur le sujet peut faire faire à ces élèves un progrès spectaculaire.

Dans la deuxième copie la représentation de la situation est structurée à partir du segment [BC] : il coupe la droite perpendiculairement. Un travail approfondi est à faire sur l'énoncé et ce qu'il implique comme prémisses.

Pour la troisième copie, la présence des égalités en début de copie laisse à penser qu'il a compris la solution du problème même s'il n'est pas capable de bien la rédiger. L'organisation générale du texte va dans le même sens. Mais on constate là encore de grosses difficultés à produire l'énoncé d'une propriété et un usage plus qu'approximatif du mot équidistant.

Énoncé

Soit ABC un triangle équilatéral et BCD un triangle isocèle de sommet principal D. Montrer que (AD) est perpendiculaire à (BC).

Première copie

Comme ABC est un triangle équilatéral donc AB = BC = AC
Comme BCD est un triangle isocèle en sont sommet principal donc BD = CD
Si deux point sont sur les extrémités d'un segment alors il sont liées et elle coupe la base en son milieu donc se sera sa médiatrice.
Comme les points D et A sont les extrémités du segment [BC] alors la médiatrice coupera le segment [BC] en son milieu.
Donc (AD) est perpendiculaire à [BC].

Deuxième copie

Comme le triangle ABC est équilatéral et que le triangle BCD est isocèle.

Dans le triangle ABC :

ABC est équilatéral donc A est à égale distance de B et de C alors on peut dire que A est équidistant.

Dans le triangle BCD :

BCD est isocèle donc D est à égale distance de B et de C alors il est lui aussi équidistant.

Donc si deux points sont à égale distance d'une même droite alors le segment qui passe par ces deux même points coupe cette droite perpendiculairement alors c'est une médiatrice

Troisième copie

BD = CD Si deux points sont équidistants d'un même point alors
BA = CA ce point est sur la médiatrice donc D est sur la médiatrice
Si deux points sont équidistants d'un même point alors
ce point est sur la médiatrice donc A est sur la médiatrice
DA est la médiatrice donc [DA] perpendiculaire à [BC]