I – La conception des fiches

Le groupe a travaillé sur le thème « théorème et réciproque » ; nous avons mis au point trois activités autour du théorème de Pythagore :

- « Propriété directe ou propriété réciproque ? »
- « Est-ce le même théorème ? »
- « Triangle es-tu rectangle ? ».

Le but principal de ces activités est d'amener les élèves à faire la distinction entre la propriété directe et sa réciproque. Nous savons que le théorème de Pythagore donne lieu à 4 types d'énoncés : le théorème direct, le théorème réciproque, la contraposée du théorème direct et la contraposée du théorème réciproque, appelés respectivement P1, P2, P3 et P4 dans l'activité « Propriété directe ou propriété réciproque ? ».

Au cours de la réalisation de la première activité : « Propriété directe ou propriété réciproque ? »**,** la question s'est posée d'introduire un triangle qui n'est pas rectangle, ce qui nécessite l'utilisation d'un raisonnement par l'absurde ou de la contraposée. Les programmes ne parlent pas de ces pratiques, les manuels ont une attitude très ambiguë sur le sujet ; il n'est pas toujours facile de s'y retrouver, comme on peut le voir dans l'encadré de la page suivante. Certains d'entre eux institutionnalisent la propriété « *s'il n'y a pas l'égalité entre le carré du côté le plus long et la somme des carrés des autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle…* », sous divers titres : activités, méthodes ou exercices corrigés. D'autres proposent des rédactions par l'absurde : « *si* $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ *le triangle n'est pas rectangle, car dans un triangle rectangle ...* ». D'autres encore mettent des triangles ne vérifiant pas la relation de Pythagore en exercice sans donner d'énoncé ni de méthode claire pour les résoudre (cf. page suivante et pour plus de détails sur les manuels se reporter au chapitre : Les manuels scolaires : parlons-en !).

C'est pourquoi nous avons tenu à énoncer le théorème appelé P3 :

« *Dans un triangle ABC, si* $AB^2+AC^2 \neq BC^2$*, [BC] étant le côté le plus long, alors le triangle ABC n'est pas rectangle* »

et ceci pour aider les élèves à mieux cerner le problème.

Quant au théorème appelé P4 :

« *Si un triangle ABC n'est pas rectangle en A, alors* $AB^2+AC^2 \neq BC^2$»

nous l'avons mis pour que les deux contraposées soient présentes et aussi pour que les élèves comprennent que c'est toujours sa réciproque P3 qui sert. Il est vrai que dans la pratique le théorème P4 ne se rencontre jamais ; on n'a pas vraiment envie de montrer une conclusion comme celle de cet énoncé.

Dans la deuxième activité : « Est-ce le même théorème ? » nous avons voulu tester la compréhension des différents énoncés que l'on peut donner de Pythagore et de sa réciproque et voir si les élèves allaient classer la contraposée du théorème direct avec le théorème direct, avec sa réciproque ou à part.

Notre idée est donc de centrer le travail sur la lecture des énoncés en leur faisant regrouper ceux qui veulent dire la même chose. Les énoncés doivent, pour ce type de travail, être le plus variés possible, mais pour rester près des usages, ils ont été extraits de manuels scolaires plus ou moins récents.

LES TRIANGLES NON RECTANGLES DANS LES LIVRES

Certains livres donnent un modèle de correction par l'absurde, sous le titre justifié de méthode. Cette démonstration utilise le théorème direct énoncé dans le cours.

EXTRAIT DU LIVRE BORDAS
« Méthodes »
Si le triangle était rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore, on aurait $AB^2 + AC^2 = BC^2$*. Or* $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$*, donc le triangle n'est pas rectangle.*

Dans d'autres, l'attitude est beaucoup moins claire puisque, « pour chercher », on peut raisonner par l'absurde, mais au moment de rédiger on utilise la contraposée qui n'est pas un énoncé du cours. Ainsi, dans l'exemple suivant, le texte sous le titre « je cherche la solution » est une rédaction tout à fait satisfaisante, alors que le texte sous le titre « je rédige » n'est en fait pas rédigé et s'appuie sur la contraposée du théorème direct qui n'est pas un énoncé du cours. De plus, ceci n'a rien à voir avec le théorème réciproque, comme peut le laisser penser le commentaire pour le professeur, puisque c'est la contraposée du théorème direct.

EXTRAIT D'UN LIVRE BELIN
« Activités préparatoires »
Trois exemples numériques sont proposés suivis de la question :
« Dans chacun des cas, calculer $AB^2 + AC^2$ *et* BC^2*, puis mesurer l'angle BAC ».*
Dans la marge un commentaire pour le professeur :
Point de départ pour aborder la réciproque de la propriété de Pythagore. Formulation à l'initiative du professeur.
Puis plus loin le livre propose un exercice résolu :
« Je cherche la solution »
- Si $RT^2 \neq RS^2 + ST^2$*, le triangle n'est pas rectangle en S car, dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.*
« Je rédige »
$RT^2 \neq RS^2 + ST^2$*, le triangle RST n'est pas rectangle.*

D'autres manuels, enfin, préfèrent présenter la contraposée comme une méthode, sans expliciter le lien avec les énoncés direct et réciproque. Mais sur une copie d'élève un enseignant se contentera-t-il de cette rédaction en termes de méthode ou exigera-t-il l'énoncé du théorème correspondant : la contraposée du théorème direct.

EXTRAIT DU LIVRE CINQ SUR CINQ
Exercice résolu
Deux exemples numériques ; calculs présentés en tableau
1) on calcule le carré de la longueur du plus long côté
2) on calcule la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés
3) on compare les résultats $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$
4) on conclut : La relation de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle n'est pas rectangle
A la suite de cela, cet énoncé est institutionnalisé comme :
« Si ce n'est pas le cas, le triangle n'est pas rectangle ».

Pour la troisième activité « Triangle es-tu rectangle ? », il s'agit cette fois d'associer chacune de ces propriétés aux situations auxquelles elles s'appliquent. Pour cela la situation est réduite à l'expression la plus simple possible et les énoncés choisis pour les propriétés sont ceux qui sont les plus familiers aux élèves. Dans ce contexte l'énoncé de la contraposée nous paraît avoir sa place, notre souci étant d'essayer de faire sentir aux élèves que la contraposée est un énoncé équivalent au théorème direct, pour cela on leur propose de constater que ces deux théorèmes sont utilisés dans le même problème (celui de Guillaume et Bastien), mais l'un avec une démonstration directe et l'autre avec une démonstration par l'absurde. Le théorème réciproque en revanche ne convient pas à ce problème.

Fiche 3

Propriété directe ou propriété réciproque ?

TRAVAIL DEMANDE :

Compléter le tableau : La propriété utilisée sera notée : P1, P2, P3 ou P4

P1 est : Si un triangle est rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

P2 est : Si, dans un triangle ABC, on a $AB^2 + AC^2 = BC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

P3 est : Dans un triangle ABC, si $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$, BC étant le côté le plus long, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

P4 est : Si un triangle ABC n'est pas rectangle en A, alors $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$

Triangle	Mesures des Côtés	Le carré des mesures des côtés	Nature du triangle	Propriété utilisée
DEF	DE = 4 DF = 3 EF =	DE^2 = DF^2 = EF^2 =	Rectangle en D	
EFG	EF = 8 EG = 10 FG = 6	EF^2 = EG^2 = FG^2 =		
RST	RS = 15 RT = 9 ST = 12	RS^2 = RT^2 = ST^2 =		
UVW	UV = VW = 8 UW = 10	UV^2 = VW^2 = UW^2 =	Rectangle en V	
DKM	DK = 0,5 KM = 1,2 DM = 1,3	DK^2 = KM^2 = DM^2 =		
JIL	JI = 4 IL = 5 JL = 6	JI^2 = IL^2 = JL^2 =		
ABC	AC = 5 BC = AB = 13	AC^2 = BC^2 = AB^2 = 1	Rectangle en C	

Fiche 4

Est-ce le même théorème ?

TRAVAIL DEMANDE :
Regroupez les théorèmes qui vous paraissent vouloir dire la même chose, en coloriant de la même couleur les petits carrés des théorèmes qui vont ensemble.

1 Si un triangle ABC est rectangle en A alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

2 Si la somme des carrés des longueurs de deux côtés d'un triangle est égal au carré de la longueur du troisième côté, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce troisième côté.

3 Si on sait que MNP est un triangle tel que $MP^2 + MN^2 = PN^2$ alors on peut dire que MNP est un triangle rectangle en M.

4 Si l'on constate que $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle en A.

5 Si un triangle est rectangle alors la somme des carrés des côtés de l'angle droit est égal au carré de l'hypoténuse.

6 Dans un triangle MNP rectangle en M et d'hypoténuse [PN], on a $MP^2 + MN^2 = PN^2$. Ce résultat est l'énoncé de Pythagore.

7 Si un triangle ABC vérifie $AB^2 + AC^2 = BC^2$ alors il est rectangle en A.

8 Dans un triangle rectangle, dont la longueur de l'hypoténuse est a et dont les longueurs des autres côtés sont b et c, on a l'égalité $a^2 = b^2 + c^2$.

9 Dans un triangle rectangle ABC où $AB^2 + AC^2 = BC^2$, les deux côtés [AB] et [AC] sont perpendiculaires.

10 Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit.

11 Dans un triangle ABC tel que $AB^2 + AC^2 = BC^2$, l'angle $\widehat{BAC}$ est droit.

12 Si le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.

Fiche 5

Triangle, es-tu rectangle ?

Guillaume, Noémie et Bastien ont rédigé des démonstrations pour des problèmes que le professeur leur a donnés. Celui-ci, au moment de la correction, leur reproche de ne pas avoir indiqué dans leur démonstration le théorème qu'ils utilisent. Guillaume, Bastien et Noémie en consultant leur livre et leur cahier trouvent les énoncés de théorèmes qui sont dans le tableau.

Peux-tu les aider à compléter leurs démonstrations en indiquant, pour chaque énoncé de théorème, la démonstration dans laquelle il peut servir.

PROBLÈME DE GUILLAUME ET DE BASTIEN

Un triangle ABC a des côtés de longueur : AB = 3, AC = 5 et BC = 6. Ce triangle est-il rectangle en A ?

DÉMONSTRATION DE GUILLAUME

Calculons $AB^2 + BC^2$ et BC^2.

On obtient : $AB^2 + AC^2 = 9 + 25 = 34$ et $BC^2 = 36$.

On constate que $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$. Donc le triangle n'est pas rectangle en A.

DÉMONSTRATION DE BASTIEN

Supposons que le triangle ABC soit rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on aurait $AB^2 + AC^2 = BC^2$. Or $AB^2 + AC^2 = 9 + 25 = 34$ et $BC^2 = 36$. Il y a donc une contradiction. On en déduit que le triangle ABC n'est pas rectangle en A.

PROBLÈME DE NOÉMIE

Un triangle ABC a des côtés de longueur : AB = 65, AC = 72 et BC = 97. Ce triangle est-il rectangle en A ?

DÉMONSTRATION DE NOÉMIE

Calculons $AB^2 + BC^2$ et BC^2.

On obtient : $AB^2 + BC^2 = 65^2 + 72^2 = 4225 + 5184 = 9409$ et $BC^2 = 9409$.

On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$. Donc le triangle est rectangle en A.

Triangle, es-tu rectangle ?
Fiche de réponses

	Énoncés de théorème	**A qui peut servir ce théorème ?**
1	Si on sait que MNP est un triangle tel que $MP^2 + MN^2 = PN^2$ alors on peut dire que MNP est triangle rectangle en M.	***à Noémie***
2	Si la somme des carrés des longueurs de deux côtés d'un triangle est égal au carré de la longueur du troisième côté, alors ce triangle est rectangle et a pour hypoténuse ce troisième côté.	
3	Si un triangle ABC est rectangle en A alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$.	
4	Si l'on constate que $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle en A.	
5	Si un triangle est rectangle alors la somme des carrés des côtés de l'angle droit est égale au carré de l'hypoténuse.	
6	Dans un triangle MNP, rectangle en M et d'hypoténuse $[PN]$, on a $MP^2 + MN^2 = PN^2$. Ce résultat est l'énoncé de Pythagore.	
7	Dans un triangle rectangle, dont l'hypoténuse est de longueur a et dont les autres côtés sont de longueur b et c, on a l'égalité : $a^2 = b^2 + c^2$.	
8	Dans un triangle GAZ où $GA^2 + GZ^2 = AZ^2$, les deux côtés $[GA]$ et $[GZ]$ sont perpendiculaires.	
9	Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit.	
10	Dans un triangle EAU tel que $EA^2 + EU^2 = AU^2$, l'angle $\widehat{AEU}$ est droit.	
11	Si le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle n'est pas rectangle.	

II – Difficultés des élèves

a) Lecture

Dans la confusion entre théorème direct et théorème réciproque, le premier obstacle vient souvent de la lecture trop superficielle, faite par les élèves, des énoncés des théorèmes qu'on leur propose. Par exemple pour le théorème de Pythagore, ils savent que l'idée importante c'est qu'il y a équivalence ; ils repèrent alors simplement, dans un énoncé de théorème, qu'il y a bien un triangle rectangle et l'égalité de Pythagore, et souvent ils ne prêtent pas attention aux mots qui lient ces deux propositions.

Nous avons aussi observé des difficultés autour de certains mots ou expressions qui ont posé problème. Le mot « *vérifie* » n'est pas compris dans l'expression : « *si un triangle ABC vérifie…* ». De même le mot « *perpendiculaire* » semble à certains sans lien direct avec le fait qu'un triangle soit rectangle. Le mot « *propriété* » semble plus familier aux élèves que « *théorème* » puisque certains ont fait immédiatement la traduction de cette manière. L'énoncé où les longueurs des côtés ont été désignés par des lettres a, b, c n'a pas été compris par une majorité des élèves, peut-être à cause de la malencontreuse expression « *a pour longueur a* » qui figurait dans les premières versions de nos fiches.

Dans « Triangle es-tu rectangle ? » la place de la question lors de notre première version avait posé un problème, car la question était mise après les textes d'élèves et de ce fait, certains avaient tendance à chercher d'abord si les démonstrations étaient bonnes.

b) Prépondérance des calculs sur les mots.

Souvent devant un exercice sur Pythagore les élèves cherchent d'abord à faire des calculs (attrait de la calculatrice) sans se soucier de la propriété à utiliser ; certains élèves ne s'intéressent qu'à la formule, ils ne différencient les textes que par l'écriture

« $AB^2 + BC^2 \neq AC^2$ » ou « $AB^2 + BC^2 = AC^2$ »

sans lire le texte qui l'entoure. Nous avons entendu par exemple dans la fiche « Triangle es-tu rectangle ? » : « Ils ont tous utilisé ça + ça = ça ». De ce fait il y a souvent confusion entre les textes de Bastien et Noémie alors que les textes de Noémie et Guillaume ne sont jamais confondus.

c) Et si on supposait !

En général les élèves ont du mal à faire la démarche de « supposer » pour commencer un raisonnement par l'absurde ; on a observé le dialogue suivant entre deux élèves : « *Cela pourrait être Bastien car il suppose que le triangle est rectangle* ». « *Oui, il suppose mais il ne sait pas* ». Le deuxième élève ne semble pas mûr pour accepter un raisonnement par l'absurde qui nécessite justement de supposer.

L'énoncé 5 qui commence par **:** « *si un triangle est rectangle…* » paraît pour certains ne convenir à aucune copie puisque « *personne ne dit cela* ». « *Personne au début ne dit qu'il est rectangle* ». Là encore le lien n'est pas fait avec le « *supposons que le triangle soit rectangle* » du raisonnement par l'absurde. Cette difficulté n'en est pas une pour les autres élèves : « *C'est Bastien, car il a dit tout suite qu'il est rectangle* ».

Par contre certains « *supposent* » à tort ce qu'ils cherchent à démontrer. « *On va dire que le triangle est rectangle, on va faire les calculs et on va voir qu'il est bien rectangle* ».

d) Contraposée

La difficulté vient de la présence de deux négations dans la contraposée, ce qui conduit certains élèves à mettre cet énoncé à part et à regrouper le théorème direct et sa réciproque ensemble. Certains élèves trouvent que la contraposée va mieux avec le théorème réciproque qu'avec le théorème direct, car, dans les deux cas, on part de la longueur des côtés.

D'autres élèves présentent un lien entre contraposée et théorème direct.

Pour l'énoncé 4 (contraposée) on a observé la discussion : « *Pourquoi mettre Guillaume à la 4 et pas Bastien. Guillaume fait d'abord les calculs alors que Bastien fait en général. Je trouve que ça correspond mieux* ».

Autre observation sur ce lien : « *Bastien et Guillaume disent que c'est pas vrai* (faisant allusion au fait que le triangle est rectangle), *Noémie, elle dit que c'est vrai* ». « *Pour le 2, c'est rectangle, c'est Noémie* ».

Il n'est pas étonnant qu'en 4ème les élèves ne fassent pas le rapport entre la contraposée et le théorème direct. Bien entendu il n'est pas question d'employer le mot « contraposée » avec les élèves et de démontrer l'équivalence avec le théorème direct au collège ni même au lycée.

III – Bilan des activités

1) Compte rendu des expérimentations

Quelques mois après la leçon sur Pythagore (sans révisions particulières) nous avons testé ces activités dans plusieurs classes de 4ème. Voici le bilan de quelques-unes de nos expérimentations :

- Pour l'activité « Propriété directe ou propriété réciproque ? », présentée dans une classe d'un niveau moyen de vingt-six élèves, le résultat est plutôt positif, six élèves avaient parfaitement réussi et treize élèves avaient au plus deux fautes. Dans l'ensemble les élèves comprennent bien la consigne et ne sont pas déroutés par ce type d'exercices.
- Pour l'activité « Est-ce le même théorème », présentée dans une classe de vingt quatre élèves comme une tâche de classement, les élèves sont un peu déroutés par ce genre de travail peu habituel. Un seul élève a réparti les théorèmes sans faute en deux groupes : théorème direct et contraposée d'une part, théorème réciproque, d'autre part, mais il n'a pas réussi à expliquer pourquoi. Sept élèves ont réparti sans faute les théorèmes en trois groupes : théorème direct, réciproque et contraposée. Sept élèves ont réparti les théorèmes en deux groupes, mais en mettant la contraposée avec le théorème réciproque. Ces élèves n'étaient pas du tout convaincus que la contraposée puisse aller avec le théorème direct. Pour les autres élèves on note que : deux élèves ont réparti les théorèmes en deux groupes : théorème direct et réciproque d'une part et contraposée d'autre part ; ils sont convaincus que leur classement est « possible ». Huit élèves ont bien regroupé les deux contraposées du théorème direct. Les deux dernières copies nous ont paru inexploitables.

Une discussion a été faite en classe, à l'aide d'un transparent de la fiche, en coloriant celui-ci, avec des couleurs effaçables, selon les réponses des élèves. Les copies n'étaient pas rendues au moment de la discussion. Au cours de cette discussion, la majorité des élèves a classé les deux contraposées ensemble. Peut être simplement parce que ce sont les seuls énoncés contenant une forme négative. Aussi, après discussion, l'ensemble des élèves pense qu'il vaut mieux faire 3 groupes : théorème direct, théorème réciproque et contraposée.

Pour l'activité « Triangle es-tu rectangle ? » il est rassurant de constater que le théorème direct est souvent associé de manière correcte à la démonstration par l'absurde de Bastien. Sur six groupes, pour les cinq énoncés du théorème direct on a les réponses suivantes :

	Bastien	Guillaume	Noémie	Personne	Tous
Énoncé 3	4	1	1	0	0
Énoncé 5	3	0	2	1	0
Énoncé 6	2	1	2	1	0
Énoncé 7	2	1	2	0	1
Énoncé 9	5	0	1	0	0

Ce qui donne globalement une majorité pour le théorème direct. Les réponses les moins réussies correspondent aux énoncés, où, soit les lettres sont différentes (énoncé 6), soit il y a une difficulté particulière de lecture (énoncé 6 le « *si un triangle…* » et 7 forme inhabituelle pour eux). L'association de la démonstration de Guillaume avec le dernier énoncé de la contraposée a été mieux perçue par les élèves. Ceci s'explique par le fait qu'il faisait partie de la boîte à outils donnée par le professeur de la classe.

2) Utilisation des fiches

a) Niveau

Ces trois fiches conviennent parfaitement au niveau 4$^{\text{ème}}$. Il nous semble préférable de présenter les deux premières fiches « Propriété directe ou propriété réciproque ? » et « Est-ce le même théorème ? » quelques mois après le cours sur Pythagore, en fin de deuxième trimestre ou au début du troisième trimestre en 4$^{\text{ème}}$. La deuxième fiche, « Est-ce le même théorème ? » permet de s'habituer à différentes expressions des énoncés.

Quelques semaines plus tard la fiche « Triangle es-tu rectangle ? » permet une bonne révision de Pythagore.

Ces fiches conviennent aussi très bien en 3$^{\text{ème}}$ ou en 2$^{\text{nde}}$ à titre de révision lorsque l'on travaille sur les démonstrations en géométrie. Elles peuvent être utilisées pour réactiver les idées sur ce qu'est un théorème et la réciproque d'un théorème, par exemple, lorsqu'on aborde le théorème des milieux ou plus généralement Thalès. On pourrait en concevoir dans le même style sur ces chapitres.

b) Temps

« Propriété directe ou propriété réciproque ? » et « Est-ce le même théorème ? » sont des activités assez courtes : une demi-heure.

Pour « Triangle es-tu rectangle ? » Il faut compter une heure dans une classe de 4$^{\text{ème}}$ de niveau moyen, car il faut le temps de bien comprendre la consigne et de lire avec soin et plusieurs fois les différentes démonstrations et les énoncés.

c) Mode d'emploi

Les activités « Propriété directe ou propriété réciproque ? » et « Est-ce le même théorème ? » sont plutôt individuelles.

On peut présenter « Triangle es-tu rectangle ? » sur format A3 pour que les élèves aient sous les yeux simultanément, copies d'élèves et théorèmes.

Pour bien observer l'activité, on peut organiser la classe par groupes de trois ou quatre, faire désigner un secrétaire par groupe, distribuer une fiche de réponses pour le groupe en plus de la fiche individuelle de réponses figurant sur le format A3 qui sert de brouillon. Ensuite, on peut laisser les élèves chercher sans intervenir, en écoutant les discussions, sauf si la discipline le nécessite. Il faut laisser le temps aux élèves de comprendre la consigne par eux-mêmes et aussi de se tromper avant d'aboutir à un résultat. Les réponses à leurs questions seront données, pour l'essentiel, dans une séance suivante lors de l'exploitation de la fiche. Cette séance d'exploitation peut prendre la forme d'un débat, en utilisant un rétroprojecteur montrant les fiches, sur lesquelles chaque groupe vient proposer sa réponse en la commentant.

Pour « Triangle es-tu rectangle ? », on peut compléter l'activité en demandant de regrouper les théorèmes qui veulent dire la même chose. C'est un moyen de faire mieux percevoir le rapport entre théorème et démonstration. De plus, cela favorise le débat sur le lien entre le théorème, sa contraposée et le problème à résoudre.

IV- Synthèse

Ces trois fiches ont permis de faire une bonne révision du théorème direct et du théorème réciproque de Pythagore ; on a pu refaire le point et consolider ainsi les connaissances des élèves.

Il nous paraît important de pratiquer très librement la contraposée et le raisonnement par l'absurde et en particulier de donner un énoncé de la contraposée comme théorème du cours, car le statut des propositions doit être clair quand on débute dans la démonstration. De plus, cela permet aux élèves de travailler en harmonie avec les différents manuels ou enseignants. En revanche, il est trop difficile de convaincre hors contexte que la contraposée est équivalente au théorème direct. La fiche « Triangle es-tu rectangle ? » peut être le moyen d'engager une discussion sur ce sujet.

Pour le raisonnement par l'absurde, le mieux serait que les élèves le trouvent naturellement. On peut les y aider en leur disant d'essayer de voir ce qui pourrait arriver si le triangle était rectangle....