SI ... ALORS ...

MATHEMATIQUES	CLASSE : 3ème - 2nde

TYPOLOGIE :

Compréhension d'une expression permettant de structurer une argumentation.

OBJECTIFS :

1) Il s'agit, avant tout, d'étudier les fonctions de cause et de conséquence et de mettre en évidence la signification en Mathématiques du "si... alors..."

En effet, son emploi est différent en Français où le "si" est employé pour exprimer une éventualité ou une condition c'est-à-dire pourrait être remplacé par "au cas où".

Si tu tonds la pelouse, je te donnerai 50 F.
Si tu y allais, j'irais aussi.
S'il avait fait mauvais, je serais allé au cinéma

Dans certains cas (le dernier par exemple) le si a pratiquement la valeur du "si et seulement si". En Mathématiques, le "si" est proche du "chaque fois que".

C'est en 4ème-3ème que l'on étudie en Français la phrase complexe, les subordonnées et donc l'expression de la condition. C'est aussi dans ces deux classes qu'en Mathématiques les élèves commencent à rédiger des textes où l'emploi du "si...alors" est fréquent.

Cette activité permettra de souligner les différences d'emploi en Français et en Mathématiques.

2) Deuxième objectif : une révision des propriétés des quadrilatères (première et deuxième parties) et des propriétés caractéristiques (troisième partie).

3) "Si ... alors" comporte un "quelque soit" sous-entendu ; de ce fait sa négation fait intervenir un "il existe". L'utilisation des contre-exemples sera ici indispensable. Le troisième objectif de cette activité est de montrer aux élèves l'efficacité d'un contre-exemple pour emporter la conviction.

PRE-REQUIS :

Les propriétés des côtés et des diagonales des quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, parallélogramme).

DESCRIPTION DE L'ACTIVITE

Durée : Une heure pour les deux premières parties. Après correction du tableau 30 minutes suffisent pour les deux dernières parties.

Forme : Travail en groupes pour les deux premières parties. Travail individuel pour la suite.

Dans la toute première version, nous avions donné aux élèves les 11 propriétés et pour seule consigne de trouver le plus d'énoncés possibles du type "si ... alors". Nous avons pu constater que les élèves n'ont pas fait de recherche systématique (en envisageant par exemple les 11 énoncés du type "si Q est un rectangle alors... "). Ils ne se sont pas posés le problème du nombre de cas à envisager. Les énoncés qu'ils avaient trouvés comprenaient une des propriétés : Q est un rectangle, un carré, un losange ou Q est un parallélogramme qui a un angle droit ou encore Q est un parallélogramme.

Pour permettre une recherche systématique et l'analyse de tous les cas nous avons adopté la disposition en tableau.

L'exercice est composé de quatre parties dépendantes l'une de l'autre.

La première partie permet à l'élève de se familiariser avec le problème posé. Les "cases" étudiées sont celles pour lesquelles des élèves avaient donné une réponse fausse dans la première expérimentation. Il nous paraît important de faire écrire les phrases obtenues. (Ne pas accepter "si 9 alors 11").

La deuxième partie prolonge la précédente. La méthode proposée permet aux élèves de remplir assez vite le tableau. La plupart d'entre eux abordent le problème des énoncés réciproques l'un de l'autre.

La troisième partie traite les propriétés équivalentes. Chacune d'entre elles étant la conséquence (ou la cause), de l'autre. Le coloriage des cases permet de visualiser ces énoncés en mettant en évidence :

- d'une part la symétrie ("si P alors P'" et "si P' alors P" sont représentées par des cases symétriques par rapport à la première diagonale).
- d'autre part la transitivité.

La quatrième partie est une application du travail précédent. Elle permet d'aborder le problème difficile de la contraposée d'une proposition.

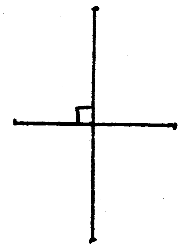
OBSERVATION DES ELEVES

Cette activité fonctionne assez bien. La principale difficulté apparaît très vite, au niveau du "quelque soit" sous entendu dans ces énoncés : si un élève trouve un quadrilatère pour lequel deux propriétés P et P' sont vraies et que son voisin en trouve un pour lequel P est vraie et P' est fausse, le groupe hésite à conclure que l'énoncé "si P alors P'" est fausse. On a entendu des élèves dire "ce n'est pas toujours vrai".

En corrigeant le tableau, une mise au point est donc nécessaire : un signifie un quelconque. Il est bon de rechercher des remplaçants pour "si ... alors" par exemple : "chaque fois que...", "dès que...". Quand ceci est bien compris, le contre-exemple prend toute sa valeur.

D'autres difficultés ont été rencontrées :

- Certaines figures particulières ont bloqué les élèves : par exemple pour "diagonales perpendiculaires" ils ont souvent dessiné la figure ci-contre, c'est-à-dire le dessin d'un losange. Du coup, la proposition "Si Q a des diagonales perpendiculaires, alors Q est un losange" leur a paru vraie.



- L'expression "côtés consécutifs" est souvent confondue avec "côtés opposés".

- "Si Q a deux côtés consécutifs égaux" a été interprétée par certains comme "si tous les couples de côtés consécutifs de Q sont égaux".

La troisième partie trouve sa place naturellement. En effet puisqu'ils ont eu à envisager tous les cas les élèves se sont posés les problèmes de la réciproque "ça ne marche pas, mais dans l'autre sens ça marchera".

La quatrième partie est difficile. Elle a demandé l'intervention du professeur.

* Activité d'argumentation
* Mathématiques
* * * * * * * * * * * * * * *

SI ... ALORS...

Soit Q un quadrilatère, voici numérotées de 1 à 11 quelques unes des propriétés qu'il pourrait vérifier. Certaines de ces propriétés sont des conséquences de certaines autres.

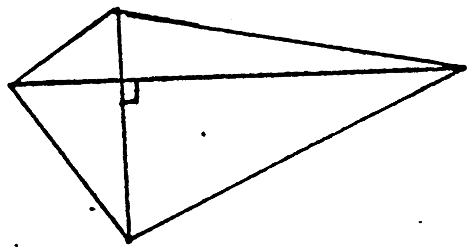
Cette activité va étudier des énoncés vrais de la forme si ... alors...

1 - Q est un rectangle.
2 - Les diagonales de Q se coupent en leur milieu.
3 - Deux côtés consécutifs de Q sont égaux.
4 - Q est un parallélogramme qui a un angle droit.
5 - Q est un carré.
6 - Q est un parallélogramme qui a des diagonales égales.
7 - Q est un losange.
8 - Les côtés opposés de Q sont parallèles.
9 - Les diagonales de Q sont perpendiculaires.
10 - Q est un losange qui a un angle droit.
11 - Q est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs égaux.

PREMIERE PARTIE :

Alors Si	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1											
2			D								
3		G									
4											
5									C		
6	H						K				
7											
8											
9						E		L			A
10					B						
11											

Chacune des cases du tableau représente un énoncé. Par exemple : la case A représente l'énoncé : "si les diagonales de Q sont perpendiculaires, alors Q est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs égaux". Cet énoncé est faux comme le montre la figure ci-dessous :



Consigne : Ecris pour chacune des cases B,C,D,E,G,H,K et L l'énoncé correspondant. Précise, chaque fois, si l'énoncé est vrai ou faux. S'il est faux, montre-le sur une figure.

DEUXIEME PARTIE :

Consigne : Remplis toutes les cases de ce tableau en écrivant V dans les cases qui représentent un énoncé vrai et F dans celles qui représentent un énoncé faux.

Alors Si	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											F
10					V						
11											

TROISIEME PARTIE :

L'énoncé : "si Q est un carré, alors Q est un losange" et l'énoncé "si Q est un losange, alors Q est un carré" sont réciproques l'un de l'autre.

"Si Q est un carré, alors Q est un losange" est un énoncé vrai mais l'énoncé réciproque "si Q est un losange alors Q est un carré" est faux.

Il y a des énoncés qui sont vrais alors que l'énoncé réciproque est faux. Il existe aussi des énoncés réciproques qui sont tous les deux vrais.

Consigne : Recherche les énoncés réciproques l'un de l'autre qui sont tous les deux vrais. Colorie les cases correspondantes de la même couleur.

QUATRIEME PARTIE :

L'énoncé "si Q est un carré alors les diagonales de Q se coupent en leur milieu" permet de prouver que les diagonales de Q se coupent en leur milieu. Il permet aussi de prouver que Q n'est pas un carré. En effet "si les diagonales de Q ne se coupent pas en leur milieu, alors Q n'est pas un carré.

Consigne : 1) Ecris trois énoncés qui permettent de prouver que les diagonales de Q sont perpendiculaires.

2) Ecris trois énoncés qui permettent d'affirmer que Q n'est pas un losange.