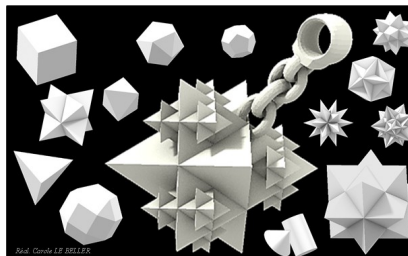


# SOLIDES MATHÉMATIQUES

## & IMPRESSION 3D

Carole LE BELLER



Objectifs	Utiliser une démarche d'investigation en mathématiques pour : <ul style="list-style-type: none"><li>- découvrir des solides mathématiques, savoir les réaliser en papier cartonné lorsque leurs dimensions sont grandes et savoir les réaliser virtuellement pour une impression 3D de très petites dimensions ;</li><li>- découvrir d'autres solides mathématiques et réaliser un solide virtuellement en fonction de ses compétences mathématiques, de ses possibilités visuelle dans l'espace, et de ses choix.</li></ul>
Connaissances et compétences en jeu	<b><u>Notions utilisées en mathématiques :</u></b> <ul style="list-style-type: none"><li>- géométrie dans l'espace : vocabulaire de la géométrie de l'espace, représentation en perspective cavalière, solides de l'espace et en particulier les pyramides, solides tronqués (en 3<sup>ème</sup>)</li><li>- égalité de Pythagore dans le plan et dans l'espace</li><li>- valeur exacte et valeur arrondie</li><li>- calcul de volumes</li><li>- agrandissement et réduction : échelles, longueurs, volumes (en 3<sup>ème</sup>)</li><li>- calcul littéral, équation (en 3<sup>ème</sup>), racine carrée (en 3<sup>ème</sup>), fonctions (en 3<sup>ème</sup>)</li><li>- puissances</li></ul> <b><u>Capacité particulière développée :</u></b> vue dans l'espace
Niveau(x) conseillé(s)	4 <sup>ème</sup> , 3 <sup>ème</sup> , 2 <sup>nde</sup>
Matériel nécessaire	<ul style="list-style-type: none"><li>- Si possible : solides mathématiques à disposition des élèves (exemple : 15 casse-têtes dodécaèdres rhombiques étoilés), sinon la phase 3 est à retirer</li><li>- Papier cartonné</li><li>- Papier pointé</li><li>- Ordinateurs ou tablettes ayant un accès Internet et permettant l'utilisation du logiciel <i>Google SketchUp8</i> (un ordinateur ou une tablette par élève)</li></ul>
Durée en 4 <sup>ème</sup>	7 séances morcelées (phases : 2, 3, 4, 5, supplémentaires) + 9 séances pour l'étude des pyramides et volumes (phase 1)
Organisation de la classe	Démarrage en groupe puis individuel
Déroulement En classe de 4 <sup>ème</sup>	<b><u>PHASE 1</u></b> (1 séance + ½ séance + ½ séance + 1 séance + 20 min + 1 séance + 1 séance ½ + 1 séance + 1 séance + 1 séance 9 séances) <ul style="list-style-type: none"><li>- Dans l'étude des pyramides en 4<sup>ème</sup>, en travaux de groupes de 4-5 élèves, observation–description et construction en papier cartonné des solides suivants : pyramide régulière à base car-</li></ul>

rée, cube chaussette (vers le dodécaèdre rhombique) et pour la démonstration du volume d'une pyramide, cube (hexaèdre régulier), tétraèdre régulier, octaèdre régulier, étoile de Kepler, grand dodécaèdre étoilé.

- Individuellement : représentation en perspective cavalière de l'étoile de Kepler inscrite dans un cube (utilisation du papier pointé)

#### **PHASE 2** (½ séance)

- Questionnement des élèves sur « l'impression 3D »
- Recherche de réponses en groupe
- Suite à une question d'élèves : comparaison des prix d'impression.
- Questionnement des élèves sur les solides qu'ils connaissent et ceux qu'ils souhaiteraient connaître.

#### **PHASE 3** (1 séance ½)

- En groupe, découverte du casse-tête dodécaèdre rhombique étoilé en bois (deux solides par groupe)
- Individuellement : représentation en perspective cavalière du dodécaèdre rhombique étoilé inscrit dans un cube (utilisation du papier pointé)

#### **PHASE 4** (1 séance + 1 séance = 2 séances, et pour 2 élèves : 2 séances supplémentaires)

- Individuellement : réalisation avec *Google SketchUp8* des solides choisis par les élèves à partir d'un cube en utilisant la méthode soustractive (des indices sont donnés par le professeur à la demande des élèves)
- Transfert individuel à *SULPTEO* accompagné du professeur et commande par le professeur via l'intendance

#### **PHASE 5** (10 min + ½ séance)

- Suite à la comparaison des prix de l'étoile de Kepler et du dodécaèdre rhombique étoilé inscrits dans un cube de mêmes dimensions, calculs de volume et comparaison.

#### **PHASE 6** (1 séance ½)

- Echanges des élèves sur les solides réalisés
- Présentation et explication des indices donnés pour la réalisation de l'icosaèdre et dérivés
- Construction géométrique d'un rectangle d'or et, en tâche complexe : calcul du nombre d'or (valeur exacte et valeur arrondie)
- Présentation et explication des indices donnés pour la réalisation de la fractale de l'étoile de Kepler, et lien avec les puissances

**PHASE SUPPLEMENTAIRE** (Cette étape peut être morcelée et insérée dans n'importe qu'elle autre étape, voire elle peut être un préambule à chacune des étapes) (1 séance éventuellement morcelée)  
En classe entière : solides impossibles et polyèdres dans les œuvres de MC Escher :

- *Double planétoïde, 1949, gravure sur bois, diamètre 375 mm* en référence au tétraèdre et à l'étoile de Kepler
- *Planétoïde en tétraèdre, 1954, gravure sur bois, 430 mm × 430 mm* en référence au tétraèdre

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Cascade, 1961, lithographie, 380 mm × 300 mm</i> en référence au dodécaèdre rhombique étoilé, au tricube, et aux solides impossibles</li> <li>- <i>Etude pour Etoiles, 1948, gravure sur bois, 370 mm × 375 mm</i> en référence aux solides de Platon, à l'étoile de Kepler, au bicube, au dodécaèdre rhombique, au dodécaèdre rhombique étoilé, et au dual du cube réciproquement de l'octaèdre</li> <li>- <i>Etoiles, 1948, gravure sur bois, 320 mm × 260 mm</i> en référence aux solides de Platon, à l'étoile de Kepler, au bicube, au rhombicuboctaèdre, au dual du cube réciproquement de l'octaèdre, et autres solides</li> <li>- <i>Reptiles, 1943, Reptiles, lithographie, 334 mm × 385 mm</i> en référence au dodécaèdre étoilé</li> <li>- <i>Cristal, 1947, manière noire, 134 mm × 173 mm</i> en référence au dual du cube réciproquement de l'octaèdre</li> <li>- <i>Quatre solides réguliers (figures stéréométrie), 1961, gravure sur bois, épreuve, 354 mm × 390 mm</i> en référence au dual du cube réciproquement de l'octaèdre, et au dual de l'icosaèdre réciproquement du dodécaèdre</li> <li>- <i>Gravitations, 1952, lithographie et aquarelle, 297mm × 297 mm</i> en référence au petit dodécaèdre étoilé</li> <li>- <i>Ordre et chaos (Contraste), 1950, lithographie, 280 mm × 280 mm</i> en référence au petit dodécaèdre étoilé</li> </ul>
Exploitation et bilan	<p>La représentation en perspective cavalière de l'étoile de Kepler, très appréciée des élèves, a permis de trouver et de comprendre d'une part le calcul des volumes des solides, et d'autre part la réalisation des solides avec <i>Google SketchUp8</i> (méthode soustractive).</p> <p>Les élèves de 4<sup>ème</sup> ont presque fini leur travail avec <i>Google SketchUp8</i>. Tous les élèves ont réalisés l'étoile de Kepler. Plusieurs élèves ont réalisé le dodécaèdre rhombique étoilé, d'autres ont réalisé : un cube tronqué, un tétraèdre tronqué, un octaèdre tronqué, un petit dodécaèdre étoilé, et deux solides inventés.</p> <p>Deux élèves termineront leur travail mercredi 27 mars, pour l'un, il s'agit d'une fractale de l'étoile de Kepler (en ayant pour modèle une fractale de l'étoile de Kepler d'une grande taille exposée dans la salle de mathématiques), et pour l'autre un grand dodécaèdre étoilé.</p> <p>Un élève avec une déficience visuelle sévère (brailliste ou police de caractère : arial 38) a réalisé l'étoile de Kepler, ainsi que le dodécaèdre rhombique, et commence l'icosaèdre. Il travaille avec les objets en transparence, alors que les autres travaillent avec les arêtes cachées en pointillé.</p> <p>Le transfert des fichiers à <i>SCULPTEO</i> se fera mercredi 27 de 11 à 12h30 et jeudi 28 mars, individuellement et accompagné par le professeur.</p> <p>Certains élèves ont téléchargé des solides tout faits, et très rapidement, les ont abandonnés. C'est un challenge pour eux de faire imprimer un solide qu'ils ont fait entièrement sur <i>Google SketchUp8</i>.</p> <p>Quant aux élèves de 3ème, ils ne commenceront leur travail qu'en avril (cause : présence des stagiaires et brevet blanc) mais ils ont d'une part déjà utilisé <i>Google SketchUp8</i> (pour l'Alignement), et d'autre part 2/3 d'entre eux connaissent déjà des solides comme</p>

	l'étoile de Kepler et pour 1/3 le dodécaèdre rhombique étoilé. Ils seront donc plus rapides (normalement). Leur travail portera sur l'étoile de Kepler et le dodécaèdre rhombique en lien avec l'histoire des arts (et DI), et sur le rhombicuboctaèdre.
Notre avis	Cette idée novatrice mêlant l'artisanat et les nouvelles technologies est très appréciée des élèves. Elle permet de faire des mathématiques autrement et de voir les mathématiques autrement.
Idées/astuces/conseils	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cf. Indices données aux élèves</li> <li>- Prolongement vers les solides tels que le cylindre, le cône, et la sphère, en fonction du niveau de classe</li> <li>- Prolongement en réalisant un objet utilisant des solides mathématiques (cf. exemple d'une clef)</li> </ul> <p><b><u>En arts plastiques et histoire des arts :</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- représentations en perspective solides impossibles et solides utilisés dans l'art à partir d'œuvres de M.C. Escher.</li> </ul>
Adaptation possible	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour des élèves de 6<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> : possibilité de réalisation des solides du programme et aussi du tétraèdre, octaèdre et étoile de Kepler</li> <li>- Pour des élèves de lycée et lycée professionnel : En seconde : le même projet peut être adapté. Il utilisera les fonctions et études, les expressions algébriques, les équations et inéquations, et la géométrie dans l'espace</li> </ul>
Fichiers joints	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fichier professeur au format <i>pdf</i> comportant les étapes détaillées et des informations techniques et d'histoire</li> <li>- Fiches élèves sur les pyramides au format <i>pdf</i></li> <li>- 2 Fichiers <i>GeospaceW</i> (étoile de Kepler et dodécaèdre rhombique inscrits dans des cubes de mêmes dimensions, et affichage des volumes)</li> <li>- Fichier d'indices pour les élèves au format <i>docx</i> et <i>pdf</i></li> <li>- Environ 40 ou 50 fichiers <i>Google SketchUp8</i> correspondants à la réalisation 3D de nombreux solides et d'un objet : une clef</li> <li>- Fichier <i>GeoGebra</i> pour le rectangle d'or</li> <li>- Fichier <i>GeoGebra</i> pour le rhombicuboctaèdre</li> <li>- Diaporama de présentation du projet</li> </ul>