en $(x'-10)$ ainsi modifiée devient celle en $(x-\rho-1)$; l'équation en $(x''-10)$ devient pareillement celle en $(x'-\rho'-1)$ et ainsi de suite. Cela se prouve généralement par l'équation $10(x^{(n-1)}-\rho^{(n-1)})=x^{(n)}$ d'où $x^{(n)}-10=10(x^{(n-1)}-\rho^{(n-1)}-1)$

Or cette conséquence mérite quelque attention, en ce qu'elle fournit au calculateur un contrôle, ou, comme on s'exprime en arithmétique, une preuve de la justesse des calculs relatifs aux transformées successives. Et par cette raison, lorsqu'on attache quelque importance à éviter les erreurs, et que les mêmes opérations ne se font point concurremment par deux calculateurs qui se servent mutuellement de contrôle, il convient de continuer les transformations jusqu'à celle en $(x^{(n)}-10)$ quoique, sans ce motif, on fût souvent dans le cas de s'arrêter plutôt.

Prenons pour exemple l'équation du 5e degré du No 63. On a pour les coefficients de ses transformées.

En $(x-2)$ .... $1+7+13-3-16+6$
En $(x-3)$ .... $1+12+51+88+50+8$

On s'en trouvé dans le cas de faire $10(x-2)=x'$, et de calculer les équations en $(x'-1)$, $(x'-2)$, &c. jusqu'à celle en $(x'-8)$, mais pour s'assurer qu'il n'y a point d'erreur de calcul dans ces transformations, il faut les continuer jusqu'à l'équation en $(x'-10)$.

Coefficients des transformées.

En $(x'-8)$ .... $1+110+4180+60200+205440+113088$
En $(x'-9)$ .... $1+115+4630+73410+338825+383019$
En $(x'-10)$ .... $1+120+5100+88000+500000+800000$

Les coefficients de la transformée en $(x'-10)$ respectivement divisés par $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ deviennent.

$$1+12+51+88+50+8$$

Ils se réduisent comme cela devait être à la transformée en $(x-3)$

(V) On a vu, dans le chapitre 6, comment une même méthode nous sert à approcher davantage d'une racine déjà manifestée

à moins d'une unité près entière ou décimale, et à opérer simultanément la vérification et l'approximation des racines qui restent encore à déterminer. Cette unité de méthode a été prescrite par la nature même de la chose, dans le dernier cas; et il a paru convenable de la conserver dans le ~~dernier~~ premier, autant pour ne pas déroger à la simplicité des moyens, que pour ne point multiplier les méthodes sans nécessité, et pour conserver dans tous les calculs l'espèce de preuve ou de contrôle mentionné dans la note précédente.

Voici néanmoins un nouveau procédé d'approximation que nous proposons pour le premier cas, c'est-à-dire, pour celui où, à l'aide de deux transformées successives en $(\xi-\pi)$ et $(\xi-\pi-1)$ et en cas de besoin, de la collatérale en $(\xi_\pi-1)$, on a reconnu l'existence d'une seule racine comprise entre 0 et 1 pour l'équation en $(\xi-\pi)$, et par conséquent d'une seule comprise entre π et $(\pi+1)$ pour l'équation ξ.

(a.) Soit $\xi=\pi+\xi_1$ ou $\xi-\pi=\xi_1$; soient respectivement π_1 et Π_1 les limites, en moins et en plus de la valeur de ξ_1 comprise entre 0 et 1, déterminées conformément à ce qui a été dit plus haut (note F). On peut prendre, ou π_1, ou Π_1, pour deuxième valeur approchée de ξ_1, les premières étant 0 et 1; et par conséquent $\pi+\pi_1$ ou $\pi+\Pi_1$ pour 2e valeur approchée de ξ

Supposons d'abord qu'on veuille approcher de la racine par des valeurs de plus en plus convergentes, qui soient toujours inférieures à la valeur exacte.

On fera $\xi_1=\pi_1+\xi_2$ ou $\xi_1-\pi_1=\xi_2$; on passera de l'équation ξ_1 à celle en ξ_2 (voyez la note F) et l'on déterminera la limite, en moins, de la valeur ξ_2 comprise entre 0 et 1. Cette limite étant représentée par π_2 la troisième valeur approchée de ξ sera $\pi+\pi_1+\pi_2$.

On se procurera ainsi successivement les équations en $\xi_3, \xi_4 \ldots \xi_\nu$ et l'on aura $\pi+\pi_1+\pi_2+\cdots\pi_\nu$ pour la $(\nu+1)^{\text{ième}}$ valeur