Université de Rennes 1 Semestre printemps 2017-2018

Analyse numérique-L3

Travaux pratiques n° 4

Commencer par l'exercice qui suit puis terminer les fiches n° 1, 2 et 3.

Exercice 1. *Un problème de minimisation.*
On cherche à déterminer un minimum local de la fonction

$$\varphi \;:\quad \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}\,, \quad (x,y) \mapsto \frac{1}{2}x^2 + y^2\cos(x)\,.$$

1. Tracer un nuancier de lignes de niveau de φ.
2. Pour déterminer un minimum de φ la méthode du gradient à pas fixe ρ consiste en partant d'un point x_0 à définir une suite d'approximations $(x_k)_{k\in\mathbf{N}}$ d'un minimiseur *via* l'itération :
   pour tout $k \in \mathbf{N}$,
   $$x_{k+1} = x_k - \rho\nabla\varphi(x_k)\,.$$
   Pour $\rho = 0.9$ puis $\rho = 1.1$, ajouter les 19 premières itérations partant de $(1,1)$ données par la méthode du gradient à pas fixe ρ.
3. L'analyse de la méthode montre qu'elle converge localement près d'un minimiseur non dégénéré x_* pourvu que $0 < \rho < 2/\rho(\mathrm{Hess}\,\varphi(x_*))$ (où $\rho(\cdot)$ désigne le rayon spectral).
   Interpréter les simulations à cette aune.