**Université de Rennes 1** Semestre printemps 2017-2018

Analyse numérique-L3

---

**Travaux pratiques n° 3**

---

Commencer par terminer la fiche n° 2.

**<u>Exercice 1.</u>** *Méthode de relaxation.*

1. Écrire une fonction `SOR` qui implémente la méthode de relaxation pour la résolution de systèmes linéaires. On l'écrira sous la forme

   `X=SOR(A,b,omega,iter)`

   où `X` est l'approximation obtenue au bout de `iter` itérations de la solution $x$ du système $\mathtt{A}x = \mathtt{b}$, et `omega` est le paramètre de la méthode de relaxation. *Consigne :* on veillera à ne pas utiliser les commandes pré-définies de résolution de système !
2. Tester le programme précédent avec `A=[2,-1,0;-1,2,-1;0,-1,2]` et `b=[1;0;1]`.
3. Définir une matrice `A` et un second membre `b` par

   `d=20; B=rand(d,d); [Q,R]=qr(B); A=Q'*diag(rand(d,1))*Q; b=A*ones(d,1);`

   de sorte que `A` soit hermitienne définie positive à valeurs propres dans $]0,1[$ et que la solution $x$ de $\mathtt{A}x = \mathtt{b}$ soit $x = (1, \cdots, 1)$.
4. Modifier votre implémentation de la méthode de relaxation en une nouvelle fonction

   `[X,n,rho]=SORn(A,b,omega,x,tol,nmax)`

   qui prend en argument supplémentaire la solution exacte `x`, un nombre maximal d'itérations `nmax` et une tolérance `tol` sur l'erreur d'approximation — mesurée en norme $\ell^2$ — de la solution et renvoie l'approximation obtenue `X`, le nombre d'itérations effectuées `n` avant d'atteindre la précision requise `tol` ou le seuil maximal `nmax` et `rho` le rayon spectral de la matrice d'itération de la méthode. *Consigne :* on pourra utiliser certaines des commandes pré-définies `triu`, `tril`, `diag`, `inv`, `spec` pour calculer le rayon spectral.
5. Avec $\mathtt{tol} = 10^{-5}$ et $\mathtt{nmax} = 200$ utiliser `SORn` pour tracer en fonction de $\mathtt{omega} \in ]0, 2[$ d'une part le nombre d'itérations calculées, d'autre part le rayon spectral de la matrice d'itération de la méthode de relaxation de paramètre `omega`.