

Ce document est une tentative d'explicitier plus clairement ce que j'attends de vous et probablement ce qui est attendu de vous en général, pas que pour le cours d'HOLO, en le modulant suivant vos objectifs personnels. Je ne vais probablement pas y arriver et je ne vais pas y arriver du premier coup. Mais, je vais essayer.

Tout commentaire, remarque de votre part pour m'aider à améliorer ce document est la bienvenue : ludovic.marquis@univ-rennes.fr.

Je me répète beaucoup, tout au long de ce document. Je m'en excuse et j'espère que dans la version "finale" se sera mieux.

Version préliminaire de 9 octobre 2024.

Je coupe arbitrairement en 4 objectifs :

- Objectif 1 : avoir le module.
- Objectif 2 : objectif avoir une note ≥ 13 , intégrer le master MF.
- Objectif 3 : objectif avoir une note ≥ 15 , intégrer la prépa agreg de Rennes et être solide dès le début de la prépa agreg, faire une thèse.
- Objectif 4 : objectif avoir une note ≥ 18 , faire une thèse, faire de la recherche académique.

Bien entendu, la note d'holo ne fige rien dans la suite de vos études, qu'elle soit bonne ou mauvaise.

1. Méthodologie

Un cours de maths contient des définitions, des énoncés (théorèmes, propositions, lemmes, remarques, des théorèmes culturels), des exemples, des contre-exemples, des exercices et beaucoup de démonstrations. La difficulté de chacun de ses items est très variable.

1.1. La base. — Les définitions, les énoncés, les exemples, contre-exemples constituent la base. Ils doivent donc être su quoi quelque soit votre niveau de compréhension du module. Si le par cœur est nécessaire alors il faut passer par le par cœur. Mais, en général, avec le temps, la compréhension permet de remplacer le par cœur.

Les définitions ne sont pas toujours évidentes mais elles sont rarement difficiles à retenir. Lorsque c'est une notion (p. ex \mathbb{C} -dérivabilité, holomorphie, série entière, etc...) avoir des bons exemples en tête et un bon contre-exemple aident toujours à retenir une définition. Parfois, une définition est utile parce qu'un théorème dépend de cette définition, par exemple le rayon de convergence, dans ce cas, c'est le théorème qui permet de retenir la notion.

Les énoncés sont de difficultés très variables, les propositions sont les énoncés "faciles", les théorèmes les énoncés "difficiles", les lemmes sont les énoncés intermédiaires qui vont servir un ou plusieurs théorèmes.

Je vais séparer compréhension d'un énoncé de la compréhension de sa démonstration, même si ce n'est peut-être pas une bonne idée. Comprendre un énoncé, signifie par ordre de difficulté :

1. comprendre les hypothèses et la conclusion.
2. savoir l'utiliser sur des exemples simples, voir triviaux.
3. connaître les contre-exemples, si on enlève des hypothèses.

4. savoir quand et comment l'utiliser.

1.2. Les démonstrations. — Les démonstrations constituent en général le point délicat d'un cours. Il y a plusieurs niveaux de difficultés pour une démonstration et plusieurs niveaux de compréhension d'une démonstration. Première règle : les démonstrations permettent de comprendre les énoncés, elles ne devraient donc pas être négligées. Plus vous connaissez de démonstrations, plus vous maîtrisez d'énoncés.

Pour commencer, essayons de les classer par difficulté :

- Les démonstrations faciles : conséquence directe des définitions ou celle qui ne font que quelques lignes.
- Les démonstrations moyennes : faciles à suivre ligne à ligne, mais plus longues et ce n'est pas forcément évident de trouver soi-même le prochain mouvement.
- Les démonstrations difficiles : longues, utilise beaucoup de résultat précédent, beaucoup d'étapes ou avec des stratégies.

Essayons de les classer par niveau de compréhension :

1. la comprendre ligne à ligne sauf une étape.
2. la comprendre entièrement ligne à ligne.
3. la comprendre ligne à ligne et identifiez des blocs, les étapes, une stratégie. Mais ne pas réussir à la retenir.
4. Être capable de restituer la stratégie sans avoir la démonstration sous les yeux. Mais avoir du mal à combler les détails de chaque bloc.
5. Être capable de restituer la stratégie sans avoir la démonstration sous les yeux et savoir combler les détails de chaque bloc. Mais rester coller à l'ordre vu en cours.
6. Tordre la démonstration, en trouvant une autre rédaction, un autre ordre des étapes, analyser les hypothèses réellement utiliser, identifier quand est utilisé telle hypothèse, éventuellement trouver un nouvel énoncé.

1.3. Les exercices. — Les exercices constituent le cœur de l'évaluation. Un exercice est la démonstration d'un résultat brisé en étape par votre prof.

La connaissance des définitions et des énoncés, ainsi que l'habitude que vous en avez, vous permettent de sentir quel est l'énoncé du cours qui sera utile pour l'exercice en question.

1.4. Tentative de description des attendus par objectif. — Le paragraphe qui suit liste les attendus de chaque "objectif". Bien entendu, l'objectif N sous-entend tous les items des listes Objectif de 1 à N .

- Objectif 1
 - Je connais les définitions et les énoncés du cours.
 - Je connais les exemples et contre-exemples cités dans le cours et les TD.
 - J'ai été actif en TD et refait (pas nécessairement avec succès) tous les exos vu en TD.
 - Je comprends⁽¹⁾ les preuves faciles (mais je bloque dès qu'elles sont plus complexes), cela ne m'empêche de connaître tous les énoncés et de savoir les appliquer dans les cas simples.
- Objectif 2

⁽¹⁾ligne à ligne

- Je sais refaire les preuves faciles et je comprends⁽²⁾ certaines preuves plus avancées mais je bloque sur les grosses.
- Je cherche des exemples et contre-exemples qui ne sont pas dans le cours.
- Je sais utiliser tous les théorèmes du cours sur des exemples simples, voir plus avancés.
- J'ai refait correctement tous les exos vu en TD sans regarder la correction.

– Objectif 3

- Je ne sais peut-être pas refaire toutes les preuves mais je comprends les stratégies de toutes les preuves. J'arrive à prendre du recul sur les preuves, c'est-à-dire à comprendre qu'elles sont les étapes, les sous-objectifs et leur enchaînement.
- J'ai trouvé des exemples qui ne sont pas donnés dans le cours.
- J'ai essayé tous les exos des feuilles de TD même ceux qui n'ont pas été vu en TD.
- J'ai étudié dans un livre et fait des exos de ce livre.

– Objectif 4

- Je sais refaire toutes les preuves et je comprends leur stratégie. J'en ai tordu quelques unes.
- J'ai fait tous les exos de toutes les feuilles de TD.
- J'ai un livre que je bosse sérieusement.

⁽²⁾ligne à ligne

Tentative de description chapitre par chapitre, probablement redondant.

2. Chapitre 1 : Dérivabilité complexe

- Objectif 1
 - La notion de fonction \mathbb{C} -dérivable et de fonction holomorphe est connue. Les premières propriétés de ces notions aussi.
 - Les exemples et contre-exemples du cours sont connus.
 - J'ai bossé tous les exos vu en TD.
- Objectif 2
 - J'ai réfléchi à des nouveaux exemples.
 - J'ai refait les preuves pour réviser.
- Objectif 3
 - J'ai ouvert un livre et lu le chapitre correspondant.
- Objectif 4
 -

3. Chapitre 2 : Séries entières

- Objectif 1
 - Je connais les différentes notions de convergence de fonctions.
 - J'ai révisé les problèmes de convergence de série numérique si j'en ai besoin.
 - J'ai compris comment convergeaient les séries entières et le rôle du rayon de convergence.
 - Je connais tous les énoncés qui permettent de calculer un rayon de convergence donné dans le cours.
 - J'ai compris que les séries entières fournissaient des fonctions holomorphes.
- Objectif 2
 - J'ai des contre-exemples en tête aux différentes notions de convergence.
 - Je sais refaire la preuve du lemme d'Abel.
 - Je sais utiliser tous les énoncés qui permettent de calculer un rayon de convergence donné dans le cours, sur les exemples du TD.
 - Je sais énoncer proprement le théorème des zéros isolés version série entière.
- Objectif 3
 - Je sais refaire presque toutes les preuves du chapitre.
 - Je sais utiliser tous les énoncés qui permettent de calculer un rayon de convergence donné dans le cours, pour calculer les rayons de convergence de séries entières produites par mon imagination.
- Objectif 4
 - Je sais refaire toutes les preuves du chapitre.

4. Chapitre 3 : Exemples de fonctions holomorphes

- Objectif 1
 - Je connais la nouvelle définition de la fonction exponentielle, des fonctions trigonométriques.
 - Je connais la définition d'une branche du logarithme et les exemples du cours et du TD.

- J'ai compris la définition de fonction puissance d'un nombre complexe. Je suis très à l'aise avec la notion de puissance d'un réel positif.
 - Objectif 2
 - J'ai compris les énoncés sur la fonction exponentielle qui permettent de retrouver ses propriétés bien connues.
 - J'ai compris pourquoi les exemples donnés en cours et TD sont bien des branches du logarithme.
 - J'ai essayé de faire les exos demandés pendant le cours.
 - Objectif 3
 - J'ai compris les preuves des énoncés sur la fonction exponentielle qui permettent de retrouver ses propriétés bien connues.
 - Je sais refaire les preuves que les exemples donnés de branche du logarithme sont bien des branches du logarithme.
 - J'ai su faire les exos demandés pendant le cours.
 - Objectif 4
 - Je sais refaire les preuves des énoncés sur la fonction exponentielle qui permettent de retrouver ses propriétés bien connues.
 - Je sais refaire les preuves sur les branches du logarithme.
 - J'ai lu dans un livre un chapitre sur les branches du logarithme.
-