



Probabilités

Contrôle Continu 1
Mercredi 13 octobre
Durée : 1 heure



- L'usage de tout logiciel, d'internet, calculatrice est interdit.
- La clarté de la rédaction constitue une part essentielle de l'évaluation.
- Les réponses doivent être justifiées.

Sur votre copie doit figurer de façon LISIBLE votre PRÉNOM, votre NOM, et votre groupe. Vous devez rendre votre copie dans le tas de copies correspondants à votre groupe.

- Groupe 1 (Le vendredi avec Lisa Balsollier)
- Groupe 2 (Le lundi avec Lisa Balsollier)
- Groupe 3 (Le lundi avec Lucien Grillet)
- Groupe 4 (Le lundi avec Ludovic Marquis)
- Groupe 5 (Le vendredi avec Ludovic Marquis)

Questions de cours

1. Donner la définition de la loi binomiale.
2. Donner la définition de la loi de Poisson.
3. On suppose que les événements A et B sont indépendants. Montrer que les événements A^c et B^c sont aussi indépendants.

Exercice 1

On dispose de 100 dés dont 25 sont pipés. Si le dé est pipé alors la probabilité d'obtenir un 6 vaut $1/2$. Si le dé n'est pas pipé alors la probabilité d'obtenir un 6 vaut $1/6$ (bien entendu). On tire un dé au hasard parmi les 100 dés.

Soit $n \geq 1$ et $1 \leq k \leq n$ deux entiers. On lance le dé tiré n fois. On note P l'événement "le dé est pipé" et S_k l'événement "le résultat des k premiers lancers est 6".

1. Calculer la probabilité d'avoir un 6 au premier lancer. Autrement dit, calculer $\mathbb{P}(S_1)$.
2. Calculer la probabilité d'avoir un 6 à chacun des n lancers. Autrement dit, calculer $\mathbb{P}(S_n)$.
3. Si on obtient 6 au premier lancer alors quelle est la probabilité que ce dé soit pipé? Autrement dit, calculer $\mathbb{P}(P|S_1)$.
4. Si on obtient 6 à chacun des n lancers alors quelle est la probabilité que ce dé soit pipé? Autrement dit, calculer $p_n := \mathbb{P}(P|S_n)$.
5. Quelle est la limite de la suite $(p_n)_{n \geq 1}$ lorsque n tend vers l'infini.

Exercice 2

Parmi les 10 membres d'une association, on veut choisir un président, un secrétaire et un trésorier. Aucun membre ne peut avoir deux charges (autrement dit, le cumul est interdit). On rappelle que *le bureau* de l'association est le triplet formé par le président, le secrétaire et le trésorier. On dit qu'un membre de l'association *siège au bureau* lorsqu'il fait parti du bureau.

Pour simplifier la situation, on suppose que les dix membres s'appellent $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$. De combien de manières peut-on attribuer ses charges, autrement dit combien de bureau peut-on former ?

On justifiera ses réponses par des phrases et on donnera le résultat sous la forme de somme et/ou produit d'entiers, sans chercher à calculer la valeur exacte. Par exemple $2 \cdot 7 \cdot 8 + 3 \cdot 6$ est une forme de résultat acceptable lorsqu'il est accompagné d'une phrase.

1. Si aucune restriction n'est imposée ?
2. Si A et B refusent sieger ensemble ?
3. Si C et D siègent ensemble ou pas du tout ?
4. Si E doit avoir une charge ?
5. Si F prend la charge de président ou rien du tout ?