

Contrôle continu 2
Durée : 30 min

L'usage de la calculatrice est interdit.
La clarté de la rédaction constitue une part essentielle de l'évaluation.
Les réponses aux exercices doivent être justifiées.

Sur votre copie doit figurer de façon LISIBLE votre PRÉNOM, votre NOM, et votre groupe.

- MA1 (responsable Taoufik Hmidi)
- MA2 (resp. Karim Bekka)
- MA3 (resp. Marie-Pierre Lebaud)
- MA4 (resp. Ludovic Marquis)

Questions de cours

1. **a.** Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} et $a \in \mathbb{R}$. Donner la définition de f dérivable en a .
b. Montrer, en utilisant **seulement** la définition précédente, que l'application $f : x \mapsto \sqrt{1+x}$ est dérivable en tout $a \in [0, +\infty[$.
2. Donner la dérivée de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \arctan(x)$.

Exercice 1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$.

1. Montrer que f est injective sur \mathbb{R} .
2. Étudier les variations de f et tracer le tableau de variations de f .
3. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
4. Déterminer l'image de \mathbb{R} par f . On note F cette image.
On considère g l'application de \mathbb{R} sur F définie par $g(x) = \frac{1}{1+e^x}$.
5. Expliquer pourquoi g est bijective.
6. Expliciter son application réciproque.