Petit contrôle 2
Durée : 30 min

L'usage de documents, calculatrices et téléphones portables est interdit.
La clarté de la rédaction constitue une part essentielle de l'évaluation.
Les réponses aux exercices doivent être justifiées.

Sur votre copie doit figurer de façon LISIBLE votre PRÉNOM, votre NOM, et votre groupe.

— MA1 (responsable Nicoletta Tchou)
— MA2 (responsable Nathalie Krell)
— MA3 (responsable Marie-Pierre Lebaud)
— MA4 (responsable Gabriel Caloz)
— MA5 (responsable Ludovic Marquis)

Questions de cours

Soit $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ une fonction définie et dérivable en tout point $x \in [0,1]$.
Répondez, sans donner de justifications, aux questions suivantes, par oui ou non (la réponse à la question est oui lorsqu'elle est vraie pour n'importe quelle fonction f précédemment définie) :

1. Si f est croissante sur $[0,1]$ alors f' est positive sur $[0,1]$.
2. Si f' est positive sur $[0,1]$ alors f est croissante sur $[0,1]$.
3. Si f est strictement croissante sur $[0,1]$ alors f' est strictement positive sur $[0,1]$.
4. Si f' est strictement positive sur $[0,1]$ alors f est strictement croissante sur $[0,1]$.
5. Si f admet un maximum au point $\frac{1}{2}$ alors $f'(\frac{1}{2}) = 0$?
6. Si f admet un maximum au point 0 alors $f'(0) = 0$?

Exercice 1

On considère g la fonction définie par $g(x) = e^{x^2}\sqrt{9 - x^2}$.

1. Donner le domaine de définition de g.
2. Étudier la parité de g.
3. Donner le domaine de dérivabilité de g.
4. Calculer la dérivée g' de g.

Exercice 2

Soient f, g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - \sin(x)$ et $g(x) = \cos(x) - 1 + \frac{1}{2}x^2$.

1. Étudier la parité de g.
2. Calculer les dérivées de f et g.
3. Montrer que $\forall x \geqslant 0$, $\sin(x) \leqslant x$.
4. Montrer que $\forall x \geqslant 0$, $\cos(x) \geqslant 1 - \frac{1}{2}x^2$.
5. En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) \geqslant 1 - \frac{1}{2}x^2$.