

Contrôle continu 2
Durée : 20 min

L'usage de la calculatrice est interdit.
La clarté de la rédaction constitue une part essentielle de l'évaluation.
Les réponses aux exercices doivent être justifiées.

Sur votre copie doit figurer de façon LISIBLE votre PRÉNOM, votre NOM, et votre groupe.

- MA1 (responsable Taoufik Hmidi)
- MA2 (resp. Karim Bekka)
- MA3 (resp. Marie-Pierre Lebaud)
- MA4 (Resp. Ludovic Marquis)

Question de cours

1. Donner la définition d'une fonction croissante de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .
2. Donner la définition d'une fonction surjective de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .

Exercice 1

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. Si elles sont vraies, le prouver. Si elles sont fausses donner un contre exemple.

1. La composée de deux fonctions impaires est une fonction impaire.
2. Il existe des fonctions paires et périodiques.
3. Le graphe de la fonction $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ donnée par $f(x) = \frac{x^2 - 4}{2(x - 1)}$ est symétrique par rapport au point $A(1, 1)$.

Exercice 2

On définit deux fonctions f et g sur \mathbb{R} à valeurs dans \mathbb{R} par

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 1 - x & \text{sinon} \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si } x \geq 0 \\ x + 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Déterminer $f \circ g$.

Exercice 3

La fonction $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x \lfloor \frac{1}{x} \rfloor$ est-elle majorée, minorée, bornée ?
Rappel : si x est un réel alors $\lfloor x \rfloor$ désigne sa partie entière.