

Petit contrôle 3
Durée : 30 min
vendredi 2 décembre 2022

L'usage de documents, calculatrices et téléphones portables est interdit.
La clarté de la rédaction constitue une part essentielle de l'évaluation.
Les réponses aux exercices doivent être justifiées.

Sur votre copie doivent figurer de façon LISIBLE votre PRÉNOM, votre NOM et votre groupe.

- MA1 (responsable Nicoletta Tehou)
- MA2 (responsable Nathalie Krell)
- MA3 (responsable Marie-Pierre Lebaud)
- MA4 (responsable Gabriel Caloz)
- MA5 (responsable Ludovic Marquis)

Le barème est donné à titre indicatif et peut subir éventuellement quelques modifications

Questions de cours (environ sur 10 points)

Les réponses doivent être justifiées. Un résultat du cours est une justification.

1. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application continue.

Dire si la proposition suivante est vraie ou fausse. Justifier.

$$\forall x \in \mathbb{R}^+, \quad \left| \int_0^x f(t) dt \right| = \int_0^x |f(t)| dt.$$

2. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de nombres réels et ℓ un nombre réel.

a. Donner la définition de la phrase « $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tend vers ℓ ».

b. Montrer, en utilisant seulement cette définition, que la suite de terme général $u_n = \frac{\cos(n)}{n+1}$ tend vers zéro.

c. Énoncer le théorème de convergence monotone.

Exercice 1 (environ sur 6 points)

Déterminer les primitives sur \mathbb{R} pour chacune des applications suivantes :

1. $x \mapsto xe^{-x}$
2. $x \mapsto xe^{-x^2}$
3. $x \mapsto \frac{(\arctan(x))^2}{1+x^2}$

Exercice 2 (environ sur 4 points)

Calculer les intégrales suivantes

1. $\int_1^2 \frac{1}{(x)^{\frac{1}{3}}} dx$
2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{1+(\sin(x))^2} dx$