

Petit contrôle 2
Durée : 30 min
vendredi 28 octobre 2022

L'usage de documents, calculatrices et téléphones portables est interdit.
La clarté de la rédaction constitue une part essentielle de l'évaluation.
Les réponses aux exercices doivent être justifiées.

Sur votre copie doivent figurer de façon LISIBLE votre PRÉNOM, votre NOM et votre groupe.

- MA1 (responsable Nicoletta Tchou)
- MA2 (responsable Nathalie Krell)
- MA3 (responsable Marie-Pierre Lebaud)
- MA4 (responsable Gabriel Caloz)
- MA5 (responsable Ludovic Marquis)

Les réponses doivent être justifiées. Un résultat du cours est une justification.

Questions de cours

Soient f et g deux applications réelles à valeurs réelles : $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et T un nombre réel strictement positif. On note h la fonction composée $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $h(x) = g(f(x))$.

1. Si f et g sont dérivables en tout point, est-ce que la fonction h est dérivable ? Si oui, donner la formule de la dérivée de h en fonction des dérivées de f et g , sinon donner un contre-exemple.
2. Exprimer h si $g(x) = e^x$ et $f(x) = -x^2$ et calculer h' .
3. Montrer que si f est T -périodique alors la fonction h est T -périodique.
4. Montrer que si f est T -périodique et si f est dérivable en tout point alors f' est T -périodique, en utilisant la définition de dérivée

Exercice 1

On considère g la fonction définie sur l'intervalle $I = [-2, 2]$ par $g(x) = x^3 - x$.

1. La fonction g est-elle paire ? impaire ?
2. Trouver les points où g s'annule et étudier le signe de g .
3. Étudier les variations de g .
4. Déterminer les extréma locaux et les extréma globaux de g .

Exercice 2

Soient $a \neq 0$ et b deux nombres réels.

1. Calculer la dérivée de la fonction $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, définie par $u(x) = \left(\sin(ax + b) \right)^2$.
2. Calculer la dérivée de la fonction $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, définie par $v(x) = \sin \left((ax + b)^2 \right)$.
3. Montrer que la fonction $w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $w(x) = \sin(ax + b)$ est périodique et en déterminer une période.