

Petit contrôle 1
Durée : 30 min
vendredi 30 septembre 2022

L’usage de documents, calculatrices et téléphones portables est interdit.
La clarté de la rédaction constitue une part essentielle de l’évaluation.
Les réponses aux exercices doivent être justifiées.

Sur votre copie doivent figurer de façon LISIBLE votre PRÉNOM, votre NOM et votre groupe.

- MA1 (responsable Nicoletta Tchou)
- MA2 (responsable Nathalie Krell)
- MA3 (responsable Marie-Pierre Lebaud)
- MA4 (responsable Gabriel Caloz)
- MA5 (responsable Ludovic Marquis)

Questions de cours

Les réponses doivent être justifiées. Un résultat du cours est une justification.

1. Soient x et y deux nombres réels tels que $x \leq 2y$. Les propositions suivantes sont-elles vraies ?
 - a. $x^2 \leq 2xy$
 - b. $2x \leq x + 2y$
 - c. $x^2 \leq 4y^2$
2. Soient x et y deux nombres réels. Les propositions suivantes sont-elles vraies ?
 - a. $|x| + |y| \leq |x - y|$
 - b. $|x + y| \leq |x| + |y|$
 - c. $|x| \leq |x - y| + |y|$
3. Soit $A \subset \mathbb{R}$. Que signifie l’expression : A est dense dans \mathbb{R} ?
4. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application.
Donner la définition de la phrase « f est injective » avec une phrase en français, puis uniquement avec des symboles mathématiques.

Exercice 1

1. Montrer que pour tout $x \in [-1, 1]$ et $y \in [0, 1]$, $3x - y + 5 \neq 0$.
2. On considère le sous-ensemble A de \mathbb{R} défini par

$$A = \left\{ \frac{xy}{3x - y + 5} \mid x \in [-1, 1] \text{ et } y \in [0, 1] \right\}.$$

Trouver un majorant et un minorant de A .

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{R} l’inégalité suivante :

$$|2x - 4| \leq |x - 1|.$$