



Courbes et Surfaces Paramétrées

*CC n°1 : Mercredi 27 février
Durée : 51 min*

L'usage des calculatrices et des téléphones portables est interdits. La clarté, le soin et la concision font partie de la notation.

Questions de Cours

Soient $a < b$ deux réels.

1. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ une courbe continue. Donner la définition de la longueur de la courbe f .
2. On suppose de plus f *truc*. Donner une formule pour calculer la longueur de la courbe f et préciser l'hypothèse *truc*.
3. Soit $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ une courbe de classe \mathcal{C}^2 paramétrée par l'abscisse curviligne. Donner la définition de la courbure de γ au point de paramètre $s \in [a, b]$.

Attention quand l'énoncé demande une définition, on attend la définition de l'objet pas une formule pour le calculer.

Exercice 1

On étudie la courbe \mathcal{C} donnée en coordonnées polaires via la fonction $\rho : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$\rho(\theta) = \cos\left(\frac{2\theta}{3}\right)$$

On pourra utiliser librement les notations du cours pour le vecteur u_θ et la fonction f donnée par :

$$u_\theta = (\cos(\theta), \sin(\theta)) \quad f(\theta) = \rho(\theta)u_\theta$$

Toute autre notation devra être définie proprement.

1. Déterminer la périodicité de la courbe définie par ρ . En déduire un premier intervalle d'étude.
2. Montrer que la courbe \mathcal{C} possède 4 axes de symétries. En déduire un second intervalle d'étude. *Si vous n'en trouvez que deux, continuez et revenez sur ce point si le temps le permet.*
3. Déterminer un intervalle d'étude de ρ , étudier ρ sur cet intervalle.
4. Placer les points remarquables ainsi que leurs tangentes.
5. Tracer la courbe sur l'intervalle d'étude.
6. Compléter le tracer d'une autre couleur.
 - Si vous êtes perdu. Étudiez sur $[0, 3\pi/2]$, placez quelques points particuliers avec leurs tangentes. Puis revenez aux symétries.