
Documents, notes de cours ou de TD, téléphones portables, calculatrices sont interdits. Justifiez toutes vos réponses.

Durée : 1 heure

Questions de cours

- Rappeler l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- On lance 36 fois un dé équilibré, minorer la probabilité que le nombre d'apparitions du 5 soit entre 4 et 8.
- Rappeler la définition de variables aléatoires indépendantes.

Exercice 1

Soit U une variable aléatoire à densité, de densité la fonction $\rho : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ suivante $\rho(u) = \frac{1}{2}e^{-|u|}$.

1. Vérifier que U est bien une densité de probabilité.
2. Donner et dessiner le support de U .
3. Calculer l'espérance et la variance de U .
4. Quelle est la loi de $V = |U|$?
5. Calculer l'espérance et la variance de V ? Les retrouver.

Les réponses de type par coeur donnent des points, les preuves des points bonus.

6. Calculer les densités de U^2 , e^U .

Exercice 2

Soit (X, Y) un couple de variable aléatoire à densité, de densité la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ suivante $f(x, y) = \frac{1}{2}(x + y)e^{-(x+y)}\mathbf{1}_{\mathbb{R}_+}(x)\mathbf{1}_{\mathbb{R}_+}(y)$.

1. Vérifier que f est un bien une densité de probabilité.
2. Donner et dessiner le support du couple (X, Y) .
3. Calculer les lois marginales du couple (X, Y) .
4. Calculer l'espérance de XY .