

Travaux dirigés sur les retraites.

Le projet de réforme des retraites est au coeur de l'actualité depuis plusieurs semaines. Les exercices qui suivent ont pour objectif d'apporter un éclairage sur certains aspects de ce projet de réforme et sur les arguments de ceux qui le défendent.

Tous les exercices sont faisables par un élève de niveau lycée, à l'exception de l'exercice 3 qui demande la maîtrise d'un formalisme mathématique qui, suivant le cursus, peut être appris en Terminale ou en L1.

Exercice 1. Pas de perdant ?

On montre ici que, **pour un salarié qui rentrerait sur le marché du travail autour de 2025 ou plus tard, l'application du projet de réforme du gouvernement induirait une diminution de sa pension de retraite d'au moins de 14,3% s'il est dans le privé, d'au moins 20% s'il est dans le public.** Cette diminution serait encore plus forte dans des cas où le salaire varierait beaucoup au cours de la carrière (voir exercice 4).

Marthe Rêtbès a travaillé toute sa carrière dans le privé. Elle prend sa retraite à 64 ans en ayant cotisé pendant 43 ans.¹ On va calculer la retraite de Marthe, d'une part dans le cadre du projet de réforme, d'autre part dans le cadre du système actuel. On note SB_{43} son salaire mensuel moyen sur toute sa carrière et SB_{25} son salaire mensuel moyen sur ses 25 meilleures années de carrière.

1. Calcul de la retraite de Marthe dans le cadre du projet de réforme.

Le principe d'une retraite par point est le suivant : un certain pourcentage (taux de cotisation TC) des salaires bruts accumulés au cours de la carrière² est versé dans une caisse de retraites et ouvre des droits pour toucher, plus tard, une retraite. Ces euros cotisés permettent d'acheter des points. On note VAP la valeur d'achat d'un point. Au moment du départ à la retraite, chaque point accumulé donne droit, pendant toute la retraite, à un certain montant annuel : c'est la valeur de restitution du point, notée VRP, exprimée en euros par an par point.

a) Montrer que dans le cadre d'une retraite par point, la pension mensuelle de Marthe est donnée par la formule :

$$R = \frac{43 * 12 * TC * SB_{43}}{VAP} * VRP * \frac{1}{12}.$$

b) Dans son projet de réforme, M. Delevoye préconise de prendre les valeurs : $TC = 0,2531$, $VAP = 10$ euros par point, $VRP = 0,55$ euros par an et par point.

Montrer que dans le cadre du projet de réforme, la pension mensuelle de Marthe serait :

$$R_{\text{projet}} = 0,599 * SB_{43}.$$

2. Calcul de la retraite de Marthe dans le cadre du système actuel.

Dans le système actuel, la retraite de Marthe est la somme d'une retraite de base égale à la moitié de la moyenne des salaires sur les 25 meilleures années de sa carrière, plus une retraite complémentaire obligatoire qui est une retraite par point, dont les paramètres sont $TC = 0,062$, $VAP = 17,0571$ euros par point et $VRP = 1,2588$ euros par an et par point.

Montrer qu'avec le système actuel, la retraite de Marthe est

$$R_{\text{actuel}} = 0,5 * SB_{25} + 0,2 * SB_{43}.$$

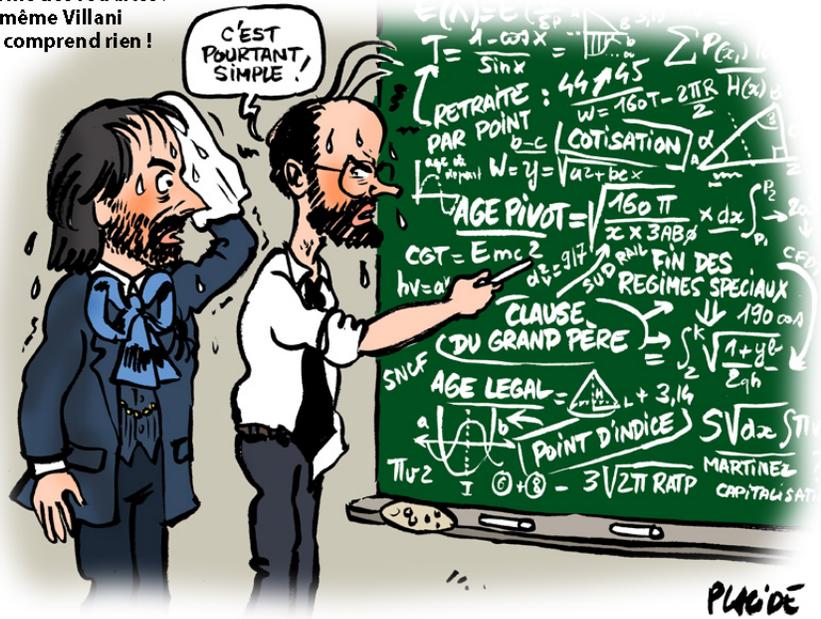
On verra dans les exercices suivants que dans tous les cas, $SB_{25} \geq SB_{43}$.

En déduire que R_{projet} vaut au plus 85,7% de R_{actuel} , soit une baisse d'au moins 14,3%.

1. On suppose que le salaire brut de Marthe reste inférieur à 3377 euros mensuels tout au long de sa carrière. Du fait de son âge et de son temps de cotisation, sa retraite ne subirait pas de décote, ni dans le système actuel, ni dans le cadre du projet de réforme avec âge d'équilibre à 64 ans. De sorte que la question de l'âge pivot/âge d'équilibre est évacuée de cet exercice. On ne prend pas non plus en compte ici la question de la retraite minimum à 1000 euros, question qui n'a rien à voir avec l'instauration d'un système de retraite par points. Pour rappel, une loi de 2003 qui n'a jamais été appliquée visait à mettre en place une retraite minimum de 85% du Smic net (environ 1000 euros). Pour comparer le système actuel à celui du projet de réforme, M. Delevoye compare dans son rapport d'un côté son système par points où cette loi serait appliquée et de l'autre le système actuel où cette loi ne le serait toujours pas. Rien n'empêche de mettre en place une retraite minimum dans le cadre du système actuel.

2. Les salaires bruts des années passées sont revalorisés pour être exprimés en euros constants, de sorte qu'on a pas à tenir compte de l'inflation dans les calculs.

Réforme des retraites :
même Villani
n'y comprend rien !



3. Et si Marthe avait travaillé dans le public ?

Dans ce cas, la retraite de Marthe selon le système actuel serait donnée par

$$R_{\text{actuel}} = 0,75 * (\text{Salaire Brut des 6 derniers mois}).$$

Le calcul de sa retraite dans le cadre du projet de réforme resterait donné par la formule de la question 1b. Dans le public, les salaires augmentent au fil de la carrière. Le salaire des 6 derniers mois est donc toujours supérieur ou égal au salaire moyen sur la carrière.

En déduire que, si Marthe avait fait sa carrière dans le public, sa retraite dans le cadre du projet de réforme serait d'au moins 20% inférieure à ce qu'elle aurait été dans le système actuel.

4. Le projet de loi prévoit que la valeur de restitution du point VRP ne pourra pas diminuer, laissant entendre que cela rend impossible de baisser les retraites. Montrer qu'il suffit d'augmenter la valeur d'achat du point VAP pour diminuer les retraites.

Exercice 2. Les notes du Professeur Jean Thube.

Le Professeur Laroque a prévu de calculer la note finale de ses étudiants en prenant la moyenne de leurs 3 meilleures notes parmi celles obtenues aux 5 contrôles donnés dans l'année. En fin d'année, pour des raisons de santé, il est remplacé par le Professeur Jean Thube. Celui-ci décide de changer cette règle, pour que tous les points gagnés par les étudiants leur rapportent quelque chose, y compris ceux qu'ils ont obtenus aux 2 contrôles où ils ont eu de moins bonnes notes. Le Professeur Thube fera la somme des 5 notes obtenues par chaque étudiant pour avoir une note sur 100, total qui sera ensuite divisé par 5 pour le ramener à une note sur 20. Dans l'année, Gilles et John ont obtenu les notes suivantes :

Gilles	4	5	14	17	20
John	16	12	Absent	18	14

Calculer les moyennes de Gilles et de John, d'une part avec la règle prévue par le Professeur Laroque, d'autre part avec celle appliquée par le Professeur Thube. ³

3. Les défenseurs de la retraite à point utilisent le même argument que le professeur Jean Thube quand ils disent qu'elle est plus avantageuse qu'une retraite calculée sur la moyenne des salaires des 25 meilleures années (ou sur les 6 derniers mois dans le public) parce qu'en plus, elle permettrait de prendre en compte les petits salaires perçus pendant les périodes de vache maigre.

UN SYSTÈME DE POINTS POUR MODERNISER LES RETRAITES



Exercice 3. Comparaison des salaires moyens sur toute la carrière ou sur les 25 meilleures années.

On reprend les notations de l'exercice 1. Le but de l'exercice est de montrer que $SB_{43} \leq SB_{25}$.

Pour tout $i \in \{1 \dots 43\}$, on note S_i le salaire de Marthe gagné pendant sa i -ème année de carrière. On note $J \subset \{1 \dots 43\}$ l'ensemble des "25 meilleures années de Marthe", c'est à dire : J est un sous-ensemble de $\{1 \dots 43\}$ de cardinal 25 tel que pour tout $i \in J$ et pour tout $j \notin J$, on a $S_i \geq S_j$.

a. Montrer que

$$SB_{43} = \frac{1}{43} \sum_{j=1}^{43} S_j, \quad \text{et} \quad SB_{25} = \frac{1}{25} \sum_{j \in J} S_j.$$

b. Montrer que si $j \notin J$, $S_j \leq SB_{25}$.

c. Montrer que

$$\sum_{j=1}^{43} S_j \leq 25 * \frac{1}{25} \sum_{j \in J} S_j + \sum_{j \notin J} SB_{25}$$

et en déduire l'inégalité voulue.

d. Montrer que cette inégalité est stricte dès que les S_i ne sont pas tous égaux. On remarquera que, comme par hasard, presque tous les cas-types exposés dans le rapport Delevoe sont choisis pour se rapprocher au maximum du cas où le salaire reste constant sur toute la carrière.

Exercice 4. Le début de carrière laborieux de Jérôme Héfartard.

Jérôme Héfartard a travaillé pendant 43 ans comme employé dans une maison d'édition et prend sa retraite à 64 ans. Pendant 18 ans, il a été simple éditeur avec un revenu mensuel de 1600 euros. Puis pendant 25 ans, il a été directeur de collection avec un revenu mensuel de 2600 euros.

a. Montrer que $SB_{25} = 2600$ euros et que $SB_{43} = 2181,40$ euros.

b. En utilisant les résultats de l'Exercice 1, montrer que

$$R_{\text{projet}} = 1306,66 \text{ euros} \quad \text{et} \quad R_{\text{actuel}} = 1736,28 \text{ euros.}$$

c. En déduire que la mise en oeuvre du projet de loi impliquerait une baisse de 24,7% de la retraite de Jérôme. On voit ici que les carrières à revenus variables (qui sont la situation la plus commune de nos jours) seraient bien plus durement impactées par la mise en oeuvre du projet de réforme que les carrières à revenus constants.

Exercice 5. Les oublis de M. Delevoe.

A la page 19 de son rapport, M. Delevoe donne l'exemple de David, 62 ans, qui part à la retraite après 43 ans de cotisations dans le privé, durant lesquels il a été payé 1,5 fois le SMIC, soit 2281,8 euros par mois.

a. En utilisant la formule trouvée à la question 1b de l'Exercice 1, retrouver la retraite calculée par M. Delevoe pour David dans le cadre de son projet de réforme, soit 1366 euros brut par mois.

Ici, M. Delevoe a oublié de prendre en compte le fait que, comme David prend sa retraite 2 ans avant l'âge

d'équilibre de 64 ans⁴, dans le cadre du projet de réforme, ce montant subirait une décote de 10%.

En déduire que la retraite de David ne serait en fait que de 1230 euros/mois.

b. M. Delevoye a aussi oublié de calculer la retraite de David dans le cadre du système actuel. Aidons-le à faire ce calcul, pour pouvoir comparer les retraites qu'aurait David avec chacun des deux systèmes. Calculer la retraite de David dans le cadre du système actuel, en utilisant la formule de la question 2 de l'exercice 1. Ici, il n'y a pas de décote à appliquer. Montrer que la retraite de David dans le cadre du projet de réforme représente 77% de celle qu'il aurait dans le cadre du système actuel, soit 23% de moins.

Dans le projet de réforme, l'âge d'équilibre est choisi égal à 64 ans, mais est voué à être augmenté par la suite. C'est un âge avant lequel il serait possible de partir en retraite (sachant qu'il n'est de toute façon pas possible de prendre sa retraite avant l'âge légal de 62 ans), mais en percevant pendant toute la durée de la retraite une pension amputée de 5% pour un départ un an avant l'âge d'équilibre, de 10% pour un départ deux ans avant. On rappelle que l'espérance de vie en bonne santé est de 63,4 ans pour les hommes et de 64,5 ans pour les femmes (chiffres Insee 2018).



Dessins de Placide, Delucq et Babouse.

Exercice 6. Salaire de ministre.

Ici, tous les calculs sont faits dans le cadre du projet de réforme.

a) Le premier ministre touche 15203€ brut par mois. Sachant que les cotisations ouvrant droit à retraite représentent 25,31% du salaire brut et que 10€ de cotisation rapportent un point, montrer que s'il reste premier ministre pendant 5 ans, il aura accumulé 23087,28 points pendant son passage à Matignon.

b) Jean Peplu, ouvrier du bâtiment, touche 1540€ par mois (SMIC 2020) pendant toute sa carrière. Montrer qu'il doit travailler plus de 49 ans pour obtenir le même nombre de points que le premier ministre en 5 ans.

c) Dans le projet de réforme, pour les revenus inférieurs à 120000€ annuels, les cotisations à la caisse de retraites représentent 28,12% du salaire brut. Parmi ces 28,12%, seuls 25,31% ouvrent des droits à retraite (les 2,81% restant servent à "faire fonctionner" le système). 40% des 25,31% sont à la charge du salarié et les 60% restants sont à la charge de son employeur.

Pour les revenus supérieurs à 120000€ annuels, comme celui du premier ministre, les cotisations sont en fait plafonnées. C'est à dire que sur la part du salaire qui dépasse ce montant, seulement 2,81% rentrent dans la caisse des retraites.

Calculer de combien le salaire du ministre dépasse les 120000 € annuels.

Montrer que ce système de plafonnement permet au ministre d'éviter de cotiser 6321 euros par an au titre des cotisations salariales. A la place, il pourra les investir dans un fonds de pension privé.

Montrer que du même coup, cotisations salariales et patronales confondues, 15803 euros ne rentrent pas dans la caisse des retraites et ne sont donc pas partagées entre les retraités.

4. L'âge d'équilibre, qui concerne les départs en retraite à partir de 2037, est maintenu. L'âge pivot (pour les départs entre 2022 et 2027) n'a été suspendu que provisoirement, sous réserve que les partenaires sociaux résolvent un problème insoluble. Pour les départs entre 2027 et 2037, c'est flou à ce jour.