

1) Cette correction présente trois engrenages aux mêmes nombres de dents mais avec des déports différents : un seul était à l'examen.

$Z_1 = 19$	$Z_2 = 57$	$\frac{AB}{T_1 T_2}$	$\frac{IA}{IB} = \frac{\ \vec{V}(A \in 2/1)\ }{\ \vec{V}(B \in 2/1)\ }$	Résistance de la dent
$x = -0.2$	$x = +0.2$	45/145	27/19 : déséquilibré	illogique
$x = 0$	$x = 0$	46.5/145	23/23.5 : parfait	
$x = +0.2$	$x = -0.2$	48/145	19.5/28.5 : déséquilibré	logique

La roue (1) étant menante, le vecteur unitaire \vec{z} est perpendiculaire et sortant du plan du dessin, on a :

$$\vec{\Omega}(1/0) = -\omega_1 \vec{z} \quad ; \quad \vec{\Omega}(2/0) = +\omega_2 \vec{z} \quad \text{donc} \quad \vec{\Omega}(2/1) = (\omega_2 + \omega_1) \vec{z} \quad \text{avec} \quad \omega_1 > 0 \quad \text{et} \quad \omega_2 > 0$$

La vitesse représentée par les flèches bleues est $\vec{V}(M \in 2/1)$.

Une dent de la roue (1) est plus sollicitée qu'une dent de la roue (2). Un déport négatif fragilise la dent, un déport positif augmente la résistance de la dent. Il est donc préférable que le déport sur la roue (1) soit positif et que celui sur la roue (2) soit négatif.

Les rapports de conduite sont quasi-identiques pour les 3 cas : le nombre de dent(s) en contact durant l'engrenement ne diffère pas pour les 3 cas.

Le choix de déports nuls équilibre les vitesses de glissement maxi durant l'engrenement donc minimise l'usure.

Il faut donc choisir un déport sur la roue (1) compris entre 0 et +0.2. Le déport sur la roue (2) sera l'opposé. Ce raisonnement n'est logique que dans le cas d'un unique matériau pour les 2 roues.

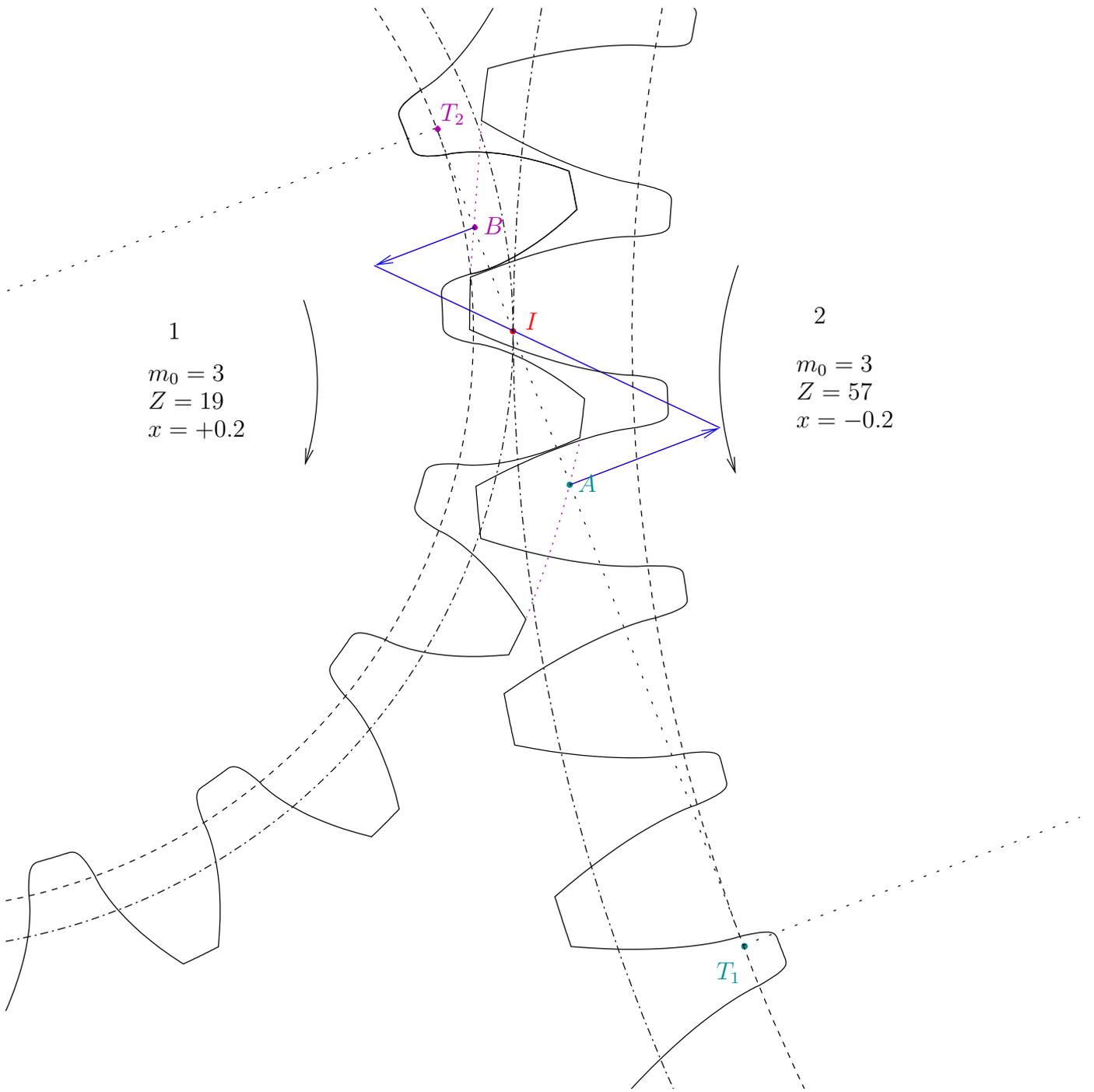


FIG. 1 – Représentation du contact au niveau d'un engrenage.

Le fonctionnement s'effectue avec jeu.....	[0.25]
Position de I	[0.25]
Sens de rotation des roues.....	[0.25]
Position de A et B	[0.5]
Vitesses de glissement A et B	[0.5]
$\frac{IA}{IB} = \frac{\ \vec{V}(A \in 2/1)\ }{\ \vec{V}(B \in 2/1)\ } = 27/19$ déséquilibré.....	[0.5]
Rapport de conduite $\frac{AB}{T_1 T_2} = 45/145$	[0.75]
Propreté et précision.....	[0.25]

2) La composante tangentielle de l'effort sur la denture est donnée par :

$$F_t = \frac{bm_0\sigma_{Maxi}}{5.5} = 6545 \text{ N} \implies F_r = F_t \tan(20^\circ) = 2382 \text{ N}$$

..... [0.5]
 Les diamètres primitifs sont :

$$d_1 = m_0 Z_1 = 57 \quad ; \quad d_2 = m_0 Z_2 = 171$$

..... [0.5]
 Le couple C_i sur chaque arbre sera alors :

$$C_1 = F_t \frac{d_1}{2} = 186.6 \text{ N.m} \quad ; \quad C_2 = F_t \frac{d_2}{2} = 559.6 \text{ N.m}$$

..... [0.75]
 La contrainte de cisaillement due au moment de torsion maximale subit par chaque arbre sera calculée par :

$$\tau = \frac{M_T D}{I_0 2} = \frac{32 M_T D}{\pi D^4 2} = \frac{16 C_i}{\pi D_i^3} < \frac{R_e}{2s} \implies D_i^3 > \frac{32s C_i}{\pi R_e}$$

On obtient : $D_1 > 21.8 \text{ mm}$ et $D_2 > 31.5 \text{ mm}$ [1.5]

3) Ce sont des cannelures usinées sur l'arbre. [0.5]

4) On a $d = 40$, $D = 50$, $\frac{d}{D} = 0.8$ et $\frac{r}{t} = 0.4$.

Les graphes donnent $K_{tt} = 2.1$, $K_{t0} = 1.6$, $K_{tf} = 1.9$ [1.25]

Le module du moment fléchissant : $M_f = 583 \text{ N.m}$ [0.25]

Les contraintes nominales :

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \frac{4N}{\pi d^2} = 23.8 \text{ MPa} \\ \tau &= \frac{16M_t}{\pi d^3} = 35.8 \text{ MPa} \\ \sigma_f &= \frac{32M_f}{\pi d^3} = 92.8 \text{ MPa} \end{aligned}$$

..... [1.25]
 Les contraintes maxis :

$$\begin{aligned} \sigma_{tM} &= K_{tt}\sigma_t = 50.1 \text{ MPa} \\ \tau_M &= K_{t0}\tau = 57.3 \text{ MPa} \\ \sigma_{fM} &= K_{tf}\sigma_f = 176.3 \text{ MPa} \\ \sigma_M &= \sigma_{tM} + \sigma_{fM} = 226.5 \text{ MPa} \end{aligned}$$

..... [1.5]
 La contrainte de Von-Mises :

$$\sigma_{eq.V.M.} = \sqrt{\sigma_M^2 + 3\tau_M^2} = 247 \text{ MPa}$$

..... [0.5]
 Avec le coefficient de sécurité $s = 1.8$, la limite élastique du matériau de l'arbre devra être supérieure à 445 MPa [0.25]

5) Sur le dessin le roulement (7) est en contact avec le bâti (5) : l'arbre est alors le plus vers la gauche. Ceci minimise le jeu J_b : la chaîne de cotes de ce jeu permet d'obtenir $J_{b\ mini}$. Pour obtenir le jeu $J_{b\ Maxi}$, il faudrait que le roulement (4) soit en contact le bâti (5) : l'arbre serait alors le plus vers la droite. Ceci maximiserait le jeu J_b [0.75]

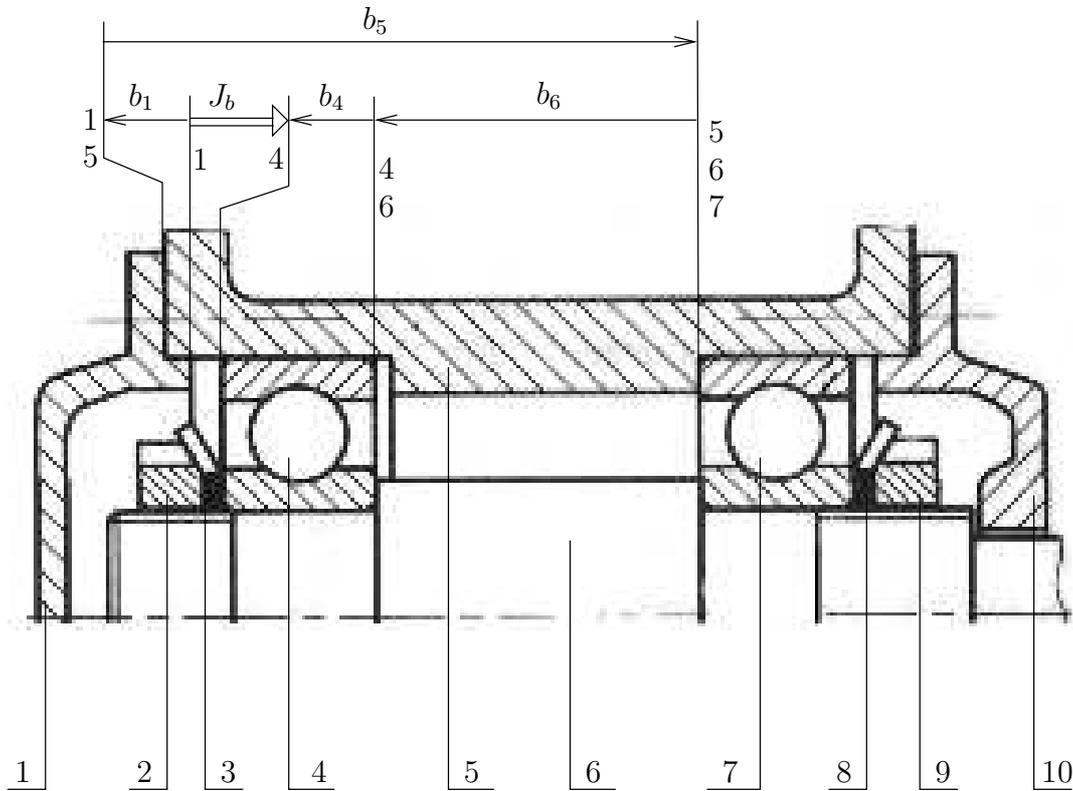


FIG. 4 – Chaîne de cote J_b .

..... [1.75]

6)

$$0.6F_r + 0.5F_a = 2040 \text{ N} < F_r = 2500 \text{ N} \implies P_0 = F_r = 2500 \text{ N}$$

$$\text{on relève : } C_0 = 8300 \text{ N}$$

$$s_0 = \frac{C_0}{P_0} \approx 3.3$$

..... [1]
L'exigence de fonctionnement peut être élevée et le fonctionnement peut supporter des chocs. .. [0.25]

$$\frac{F_a}{C_0} = 0.13 \implies e = 0.31 \quad ; \quad X = 0.56 \quad ; \quad Y = 1.4$$

$$\frac{F_a}{F_r} = 0.43 > e \implies P = XF_r + YF_a = 2912 \text{ N}$$

$$\text{on relève : } C = 13200 \text{ N}$$

$$L_{10a} = \left(\frac{C}{P}\right)^3 = 93.14 \text{ Mtrs soit } 10349 \text{ h} \implies L_{1a} = 0.21L_{10a} = 19.56 \text{ Mtrs soit } 2173 \text{ h}$$

..... [2.5]

7) En ce qui concerne la taille, on a le choix entre 3 voire 5 paliers ($d_1 = 30 = d$) ; Au delà, la liaison n'est plus annulaire mais devient trop rigide.

$$v = \Omega \frac{d}{2} = 0.236 \text{m.s}^{-1} \quad ; \quad p = \frac{F_r}{bd}$$

Réf.	b (mm)	$\frac{b}{d}$	p (MPa)	pv (MPa.m.s ⁻¹)
GSM-3031-12	12	0.40	6.94	<i>1.63!</i>
GSM-3034-15	15	0.50	5.56	<i>1.31!</i>
GSM-3034-20	20	0.67	4.17	0.98
GSM-3034-24	24	0.80	3.47	0.82
GSM-3034-25	25	0.83	3.33	0.78

Les 2 paliers les plus courts ne conviennent pas car la valeur du produit pv dépasse la limite de 1.2 MPa.m.s⁻¹ [2]

Ce à quoi vous avez échappé

8) Réalisez les chaînes de cotes des jeux J_a et J_c sur les FIG. 5 et 6.

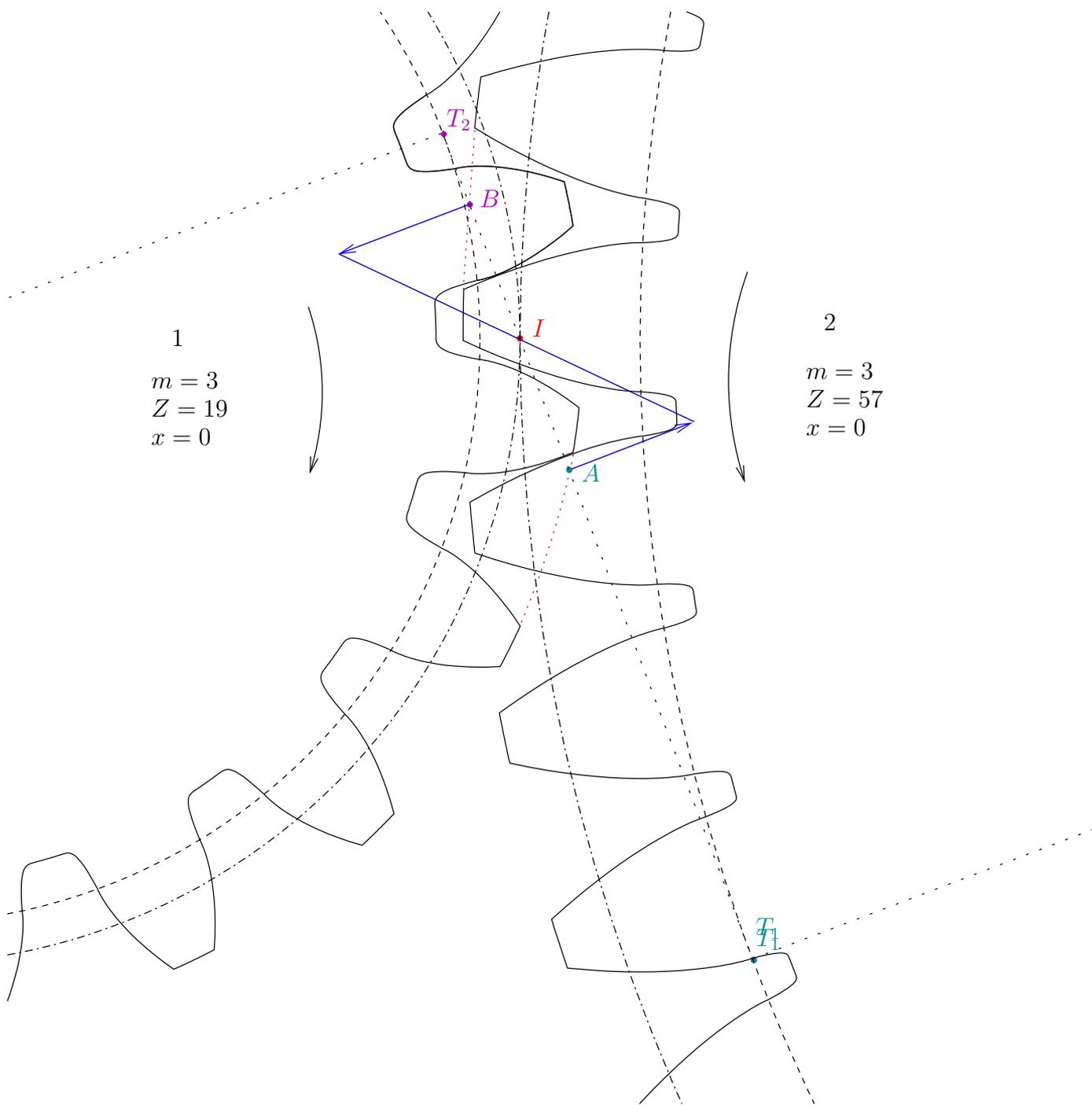


FIG. 2 – Représentation du contact au niveau d'un engrenage.

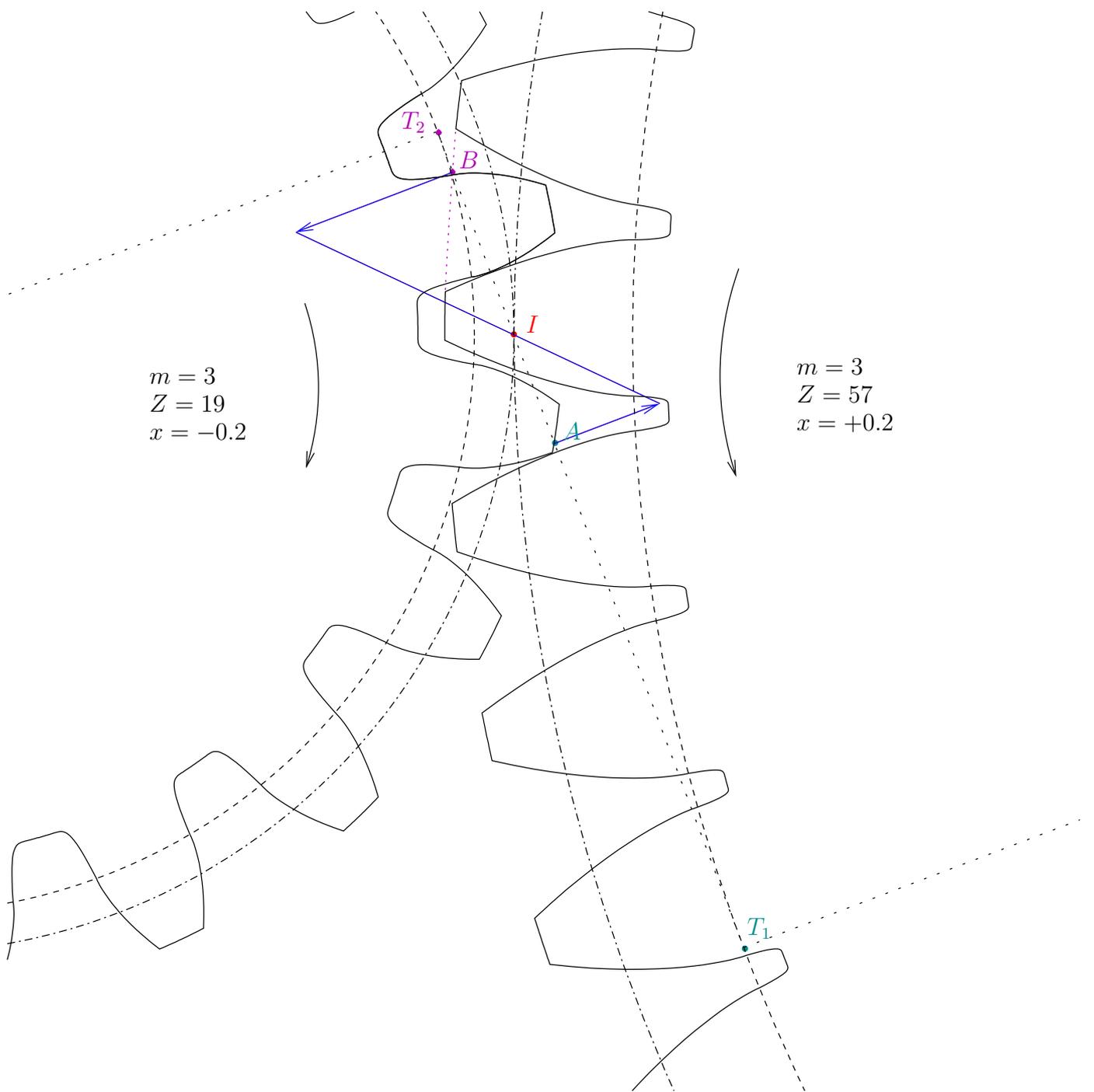


FIG. 3 – Représentation du contact au niveau d'un engrenage.

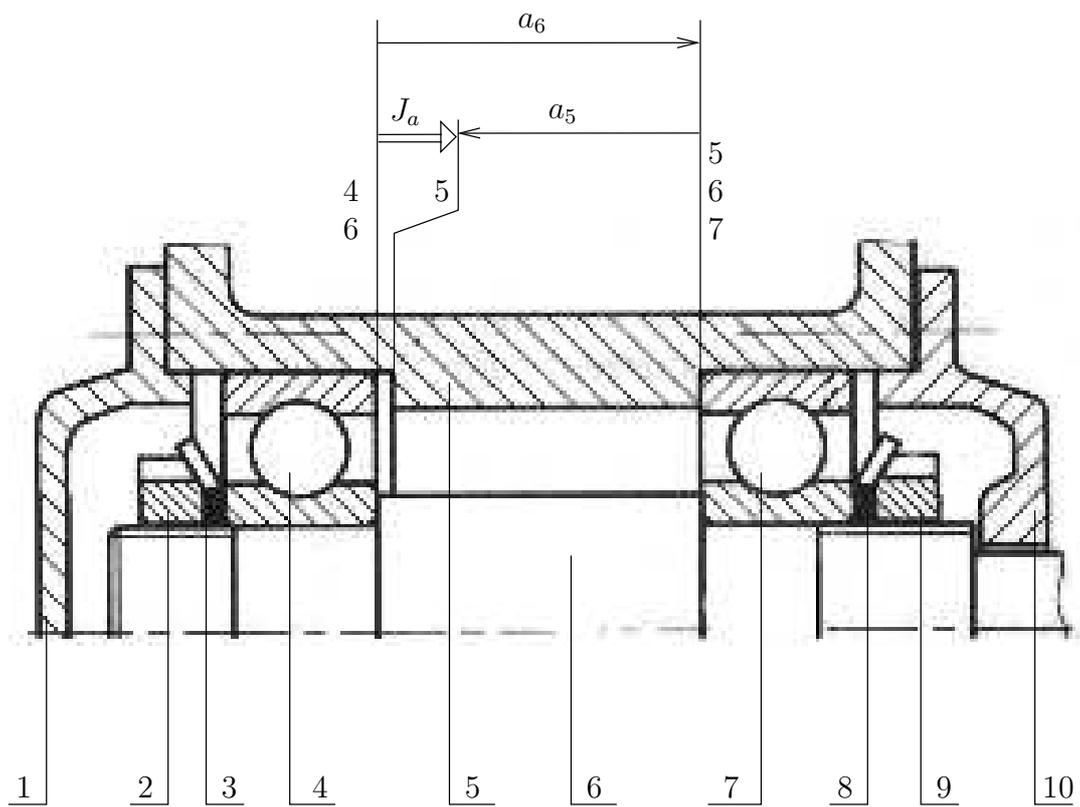


FIG. 5 – Jeu entre le roulement (4) et le bâti (5).

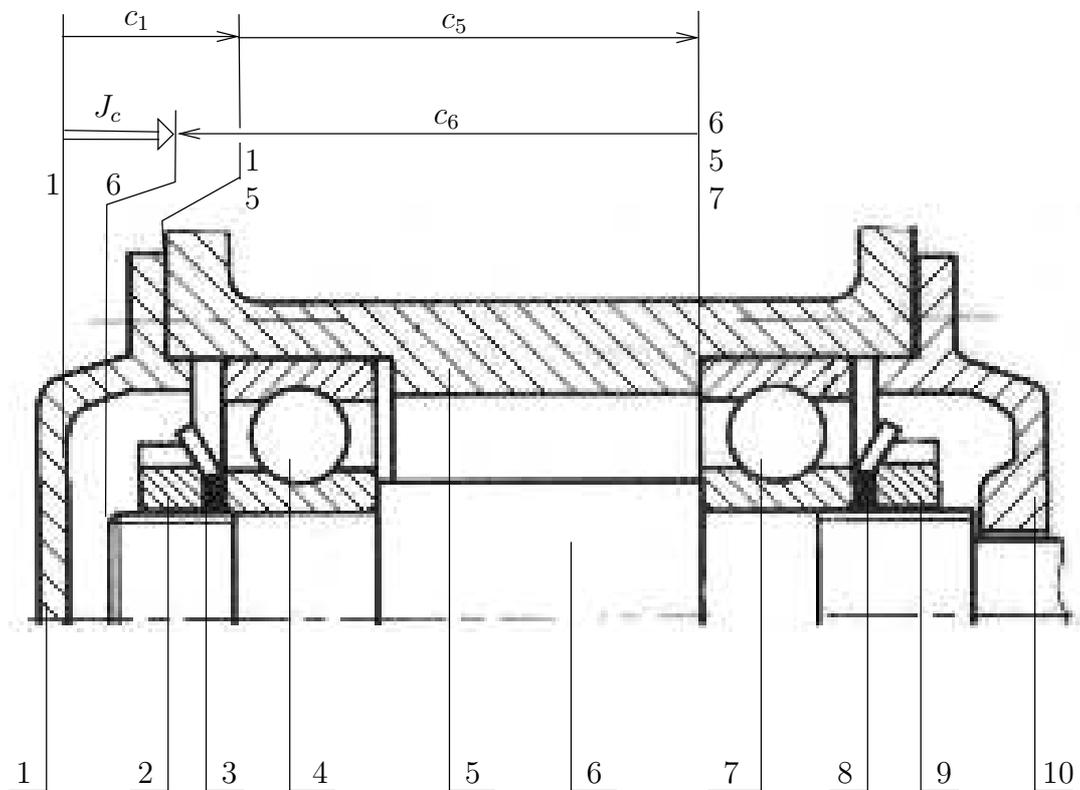


FIG. 6 – Jeu entre le chapeau (1) et l'extrémité de l'arbre (6).