UNIVERSITÉ DE RENNES 1

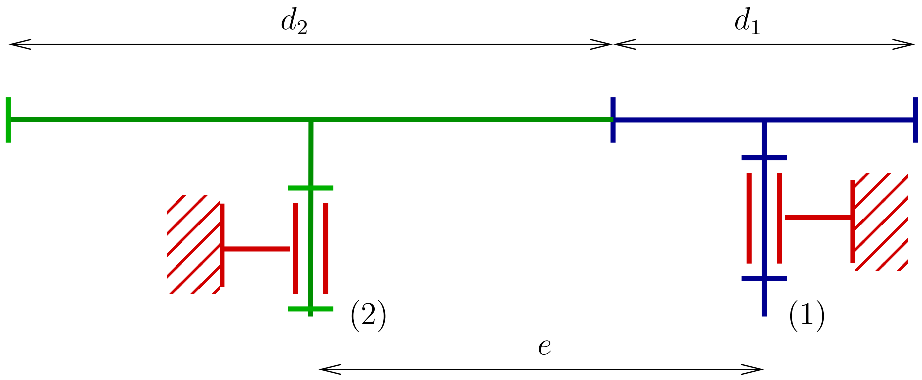
Licence L2 - Parcours Mécanique
Examen Technologie Mécanique
1ère session 2016-2017 – Durée : 2h00
Responsable : L. Blanchard
Eléments de correction

---

1)

$$d_2 = r d_1 \qquad \text{et} \qquad \frac{d_1 + d_2}{2} = e$$
$$2e = (1+r)d_1$$
$$d_1 = \frac{2e}{(1+r)} \approx 52 \qquad \text{et} \qquad d_2 = \frac{2re}{(1+r)} \approx 180$$

. . . . [0.5]



. . . . [0.5]

2)

$N_2 = rN_1 = 869$ tr/mn . . . . [0.5]

$\mathcal{C}_1 = \dfrac{\mathcal{P}}{N_1} = 210.8$ N.m et $\mathcal{C}_2 = \dfrac{\mathcal{P}}{N_2} = 727.4$ N.m . . . . [0.75]

$F_t = \dfrac{2\mathcal{C}_1}{d_1} = \dfrac{2\mathcal{C}_2}{d_2} = 8089$ N et $F_r = F_t \tan(20°) = 2944$ N donc $F = \sqrt{F_r^2 + F_t^2} = 8608$ N . . . . [0.75]

$$\text{Si } k = 5 : m_0 = \sqrt{\frac{5.5 F_t}{k \sigma_{Maxi}}} = 4.7 \text{ mm}$$
$$\text{Si } k = 16 : m_0 = \sqrt{\frac{5.5 F_t}{k \sigma_{Maxi}}} = 2.6 \text{ mm}$$

. . . . [0.5]

Choix : $m_0 = 3.5$ mm,

$Z_1 = 14.9 \rightarrow Z_1 = 15$ et $Z_2 = 51.4 \rightarrow Z_2 = 52$ (ou 51) . . . . [0.5]

$d_1 = m_0 Z_1 = 52.5$ mm et $d_2 = m_0 Z_2 = 182$ mm $\Longrightarrow$ $e = 117.25$ mm $\Longrightarrow$ $r = 3.47$ . . . . [0.5]

$$\Longrightarrow \quad F_t = 8032 \text{ N et la largeur minimum est : } b = \frac{5.5 F_t}{m_0 \sigma_{Maxi}} = 31.56 \text{ mm}$$

Choix : $b = 32$ mm $\Longrightarrow$ $\sigma_{Maxi} = 394$ MPa $\Longrightarrow$ $s = 1.014$ . . . . [1]

Quelques choix possibles :

m_0 (mm)	Z_1	Z_2	d_1 (mm)	d_2 (mm)	b (mm)	σ_{Maxi} (MPa)	sécu	e (mm)	r
2.75	19	65	52.25	178.75	42	384	1.041	115.5	3.42
3.0	17	60	51	180	38	399	1.003	115.5	3.53
3.5	15	51	52.5	178.5	32	394	1.014	115.5	3.40
4.0	13	45	52	180	28	398	1.004	116	3.46
4.5	12	40	54	180	24	397	1.006	117	3.33

Si l'on augmente le module, Z_1 devient trop faible.

3)

- Sur l'arbre d'entrée la clavette usuelle de forme B : $d = 32 \qquad a = 10 \qquad b = 8 \qquad j = d - 5$
  La surface de contact de la clavette est $S \approx (b - (d - j))l$ où l est la longueur rectiligne de la clavette.
  La force transmise par cette surface lorsque $\mathcal{C} = 210.8$ N.m est :
  $$F \approx \frac{\mathcal{C}}{\frac{d}{2}} = 13178 \text{ N}$$
  La pression de matage est :
  $$p = \frac{F}{S} < p_{limite} \quad \Longrightarrow \quad l > \frac{F}{p_{limite}(b - (d - j))}$$
  Sur l'arbre d'entrée la clavette doit être de plus de 73.2 mm.
- Sur l'arbre de sortie la clavette usuelle de forme B : $d = 48 \qquad a = 14 \qquad b = 9 \qquad j = d - 5.5$
  La surface de contact de la clavette est $S \approx (b - (d - j))l$ où l est la longueur rectiligne de la clavette.
  La force transmise par cette surface lorsque $\mathcal{C} = 727.4$ N.m est :
  $$F \approx \frac{\mathcal{C}}{\frac{d}{2}} = 30309 \text{ N}$$
  La pression de matage est :
  $$p = \frac{F}{S} < p_{limite} \quad \Longrightarrow \quad l > \frac{F}{p_{limite}(b - (d - j))}$$
  Sur l'arbre de sortie la clavette doit être de plus de 144 mm.

.... **[2.5]**

Ces longueurs sont trop grandes par rapport à la largeur de denture 32 mm et augmenterait la longueur de la boite et provoquerait un encombrement trop important.
Des cannelures pourraient être envisagées sur la roue de sortie et la roue d'entrée pourrait être usinée sur l'arbre ...ce qui était le cas sur la boîte que vous avez démonté au S3.
Le frettage (ajustement serré) de la roue sur l'arbre pouvait éventuellement être cité. .... **[0.5]**

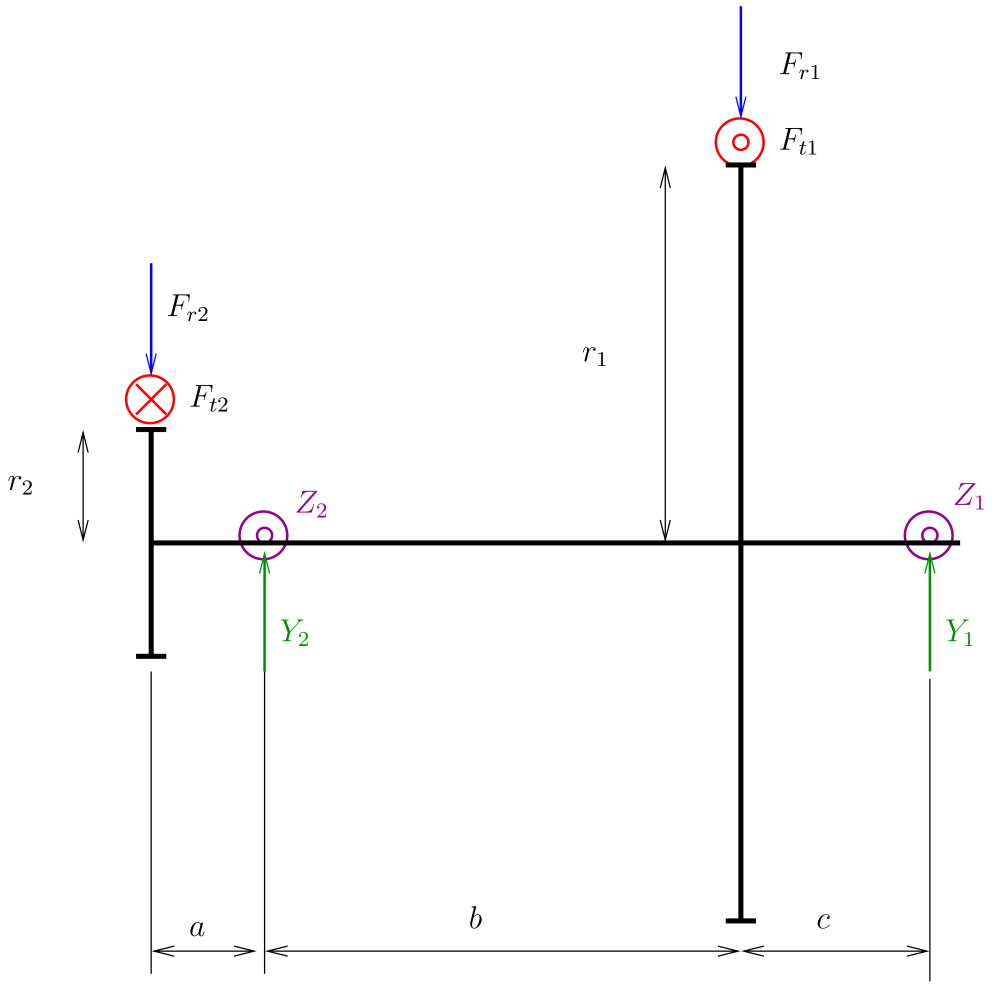
4) L'équation du moment suivant l'axe de l'arbre permet de connaitre le sens de F_{t2} :

$$F_{t1}r_1 - F_{t2}r_2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad F_{t2} = \frac{r_1}{r_2}F_{t1} = 26036 \text{ N} \quad \Longrightarrow \quad F_{r2} = F_{t2}\tan(20°) = 9476 \text{ N}$$

Le moment de torsion est constant entre les 2 roues dentées ($x \in [0 : a+b]$) et vaut :

$$M_T = F_{t1}r_1 = F_{t2}r_2 = 729 \text{ N.m}$$

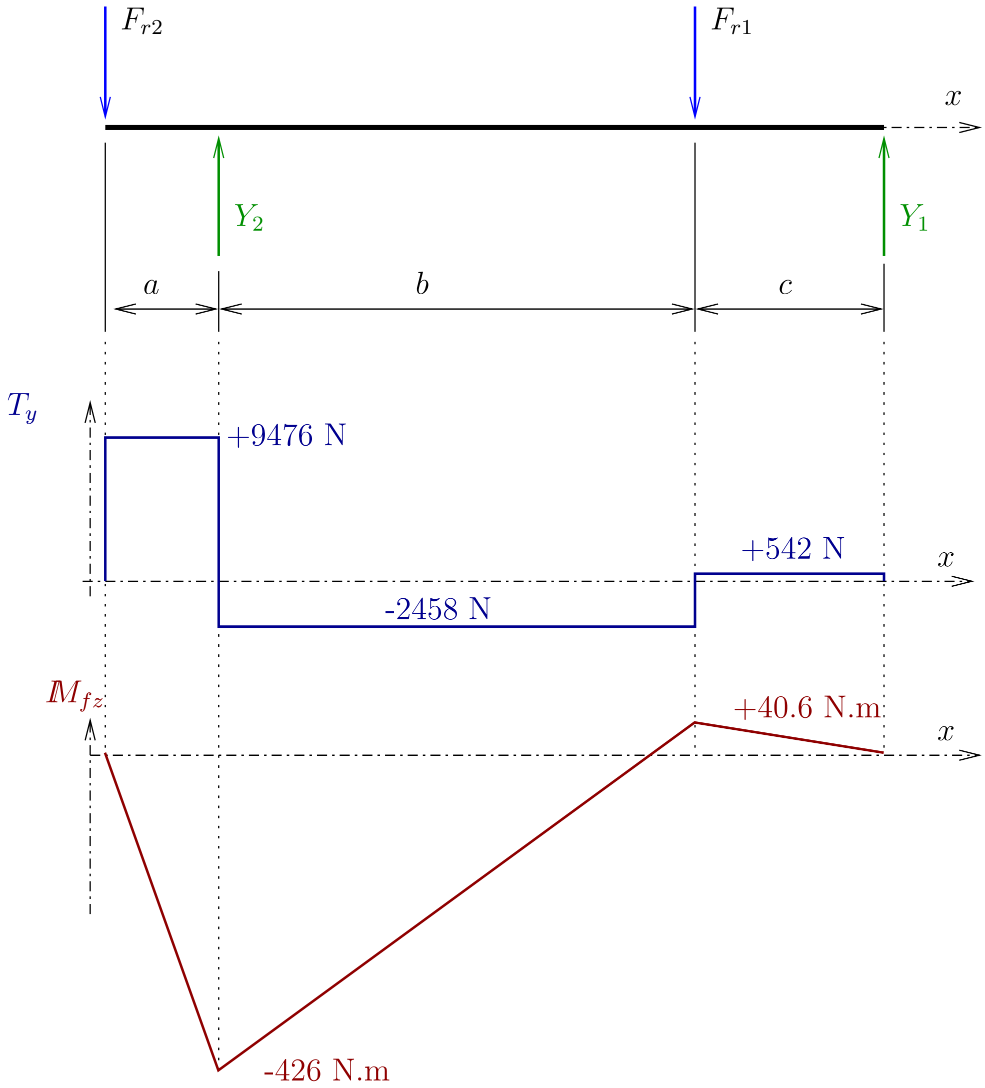
. . . . **[1]**



. . . . **[0.5]**

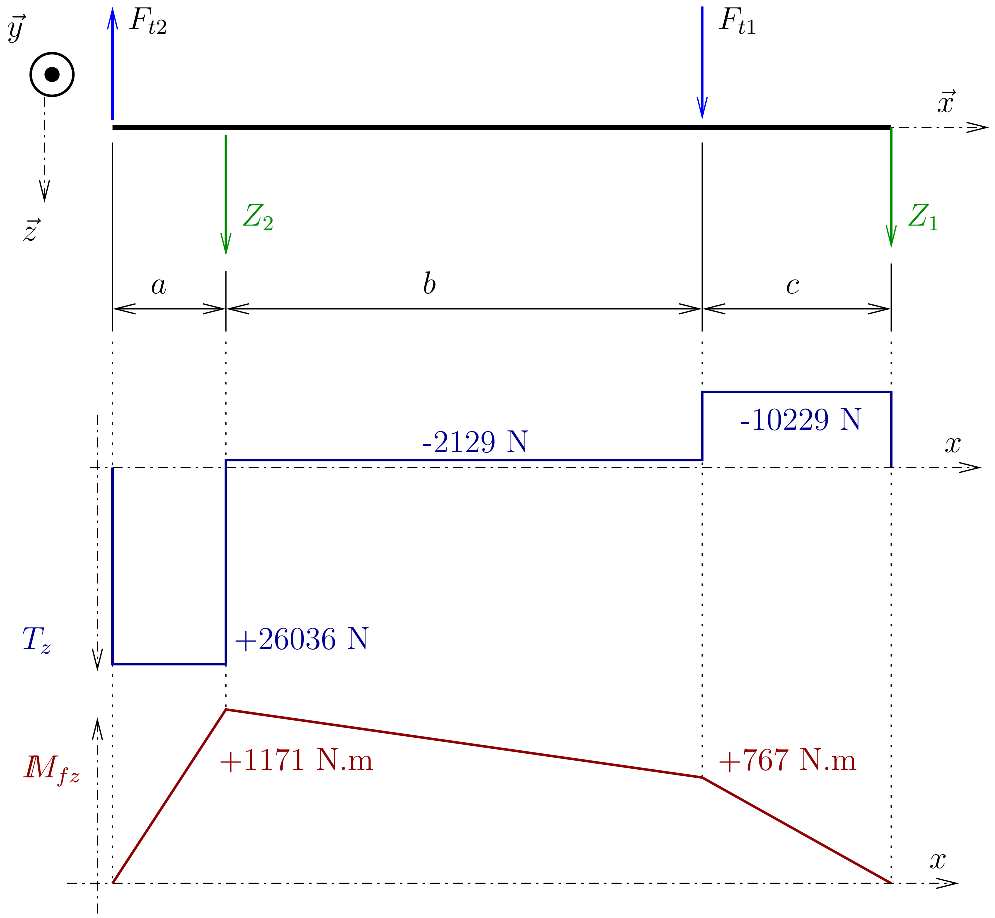
$$\begin{cases} -Y_2(b+c) + F_{r1}c + F_{r2}(a+b+c) = 0 \\ Y_1(b+c) + F_{r2}a - F_{r1}b = 0 \\ Z_2(b+c) + F_{t1}c - F_{t2}(a+b+c) = 0 \\ -Z_1(b+c) - F_{t2}a - F_{t1}b = 0 \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \begin{cases} Y_2 = \dfrac{F_{r1}c + F_{r2}(a+b+c)}{(b+c)} = 11934 \text{ N} \\ Y_1 = \dfrac{F_{r1}b - F_{r2}a}{(b+c)} = 542 \text{ N} \\ Z_2 = \dfrac{F_{t2}(a+b+c) - F_{t1}c}{(b+c)} = 28164 \text{ N} \\ Z_1 = -\dfrac{(F_{t2}a + F_{t1}b)}{(b+c)} = -10229 \text{ N} \end{cases}$$

. . . . **[2]**



$$\mathbb{M}_{fz}(a) = -F_{r2}a = -426 \text{ N.m}$$
$$\mathbb{M}_{fz}(a+b) = Y_1 c = 40.6 \text{ N.m}$$

. . . . **[2]**



$$M_{fy}(a) = F_{t2}a = 1171 \text{ N.m}$$
$$M_{fy}(a+b) = Z_1 c = 767 \text{ N.m}$$

. . . . [2]

5)

$$M_{fz}(a) = -426 \text{ N.m} \qquad \text{et} \qquad M_{fy}(a) = 1172 \text{ N.m}$$
$$\Longrightarrow \quad M_f(a) = \sqrt{{M_{fy}}^2(a) + {M_{fz}}^2(a)} = 1247 \text{ N.m}$$

. . . . [0.5]

$d = 48$, $D = 60$, $\frac{d}{D} = 0.80$, $t = 6$, $\frac{r}{t} = 0.30 \quad \Longrightarrow \quad K_{t0} = 1.67$ et $K_{tf} = 2.08$ . . . . **[0.75]**

- $K_{t0} = 1.67$, $M_T = 729$ N.m, $\tau_{nom} = \frac{16M_T}{\pi d^3} = 33.6$ MPa, $\tau_{Maxi} = K_{t0}\tau_{nom} = 56$ MPa
- $K_{tf} = 2.08$, $M_f = 1247$ N.m, $\sigma_{nom} = \frac{32M_f}{\pi d^3} = 115$ MPa, $\sigma_{Maxi} = K_{tf}\sigma_{nom} = 239$ MPa

. . . . **[1.75]**

$$\sigma_{eq.V.M.} = \sqrt{{\sigma_{Maxi}}^2 + 3{\tau_{Maxi}}^2} = 258 \text{ MPa}$$

Pour un coefficient de sécurité $s = 1.8$, la limite élastique du matériau de l'arbre doit être supérieure à :

$$R_e = s\, \sigma_{eq.V.M.} = 465 \text{ MPa}$$

. . . . [1]