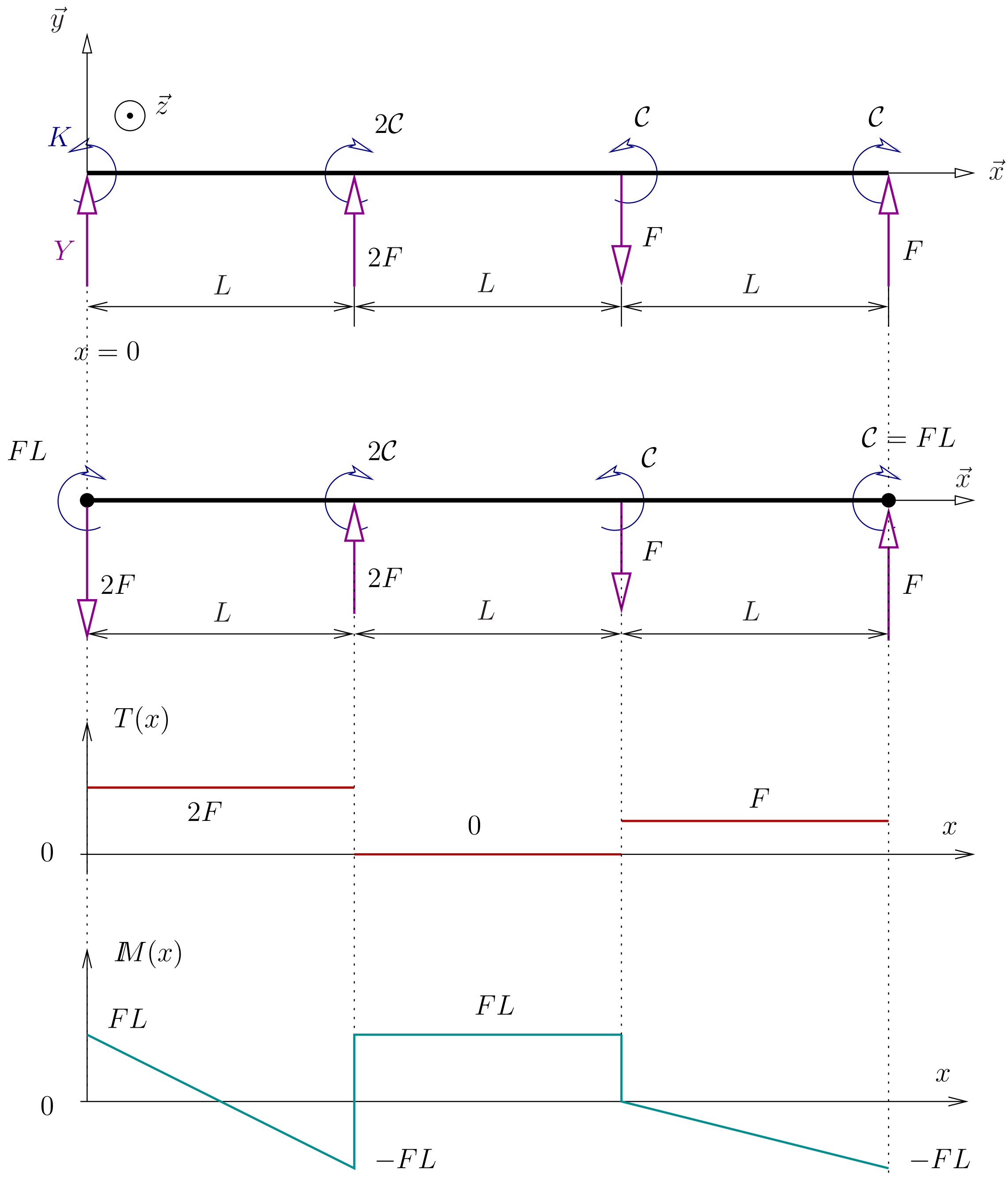
Isolons toute la poutre et appliquons le **P.F.S.** (le dessin non effectué dans ce corrigé était à faire sur votre copie). On obtient :

$$\begin{cases} Y + 2F - F + F = 0 \\ K - 2\mathcal{C} + \mathcal{C} - \mathcal{C} + 2F\,L - F\,2L + F\,3L = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} Y &= -2F = -600 \text{ N} \\ K &= 2\mathcal{C} - 3FL = -FL = -36 \text{ N.m} \end{cases}$$

.... **[2]**



En réalisant trois coupures et en isolant une portion de poutre, il vient les diagrammes. ..... **[1+2]**
Les dessins et les calculs non effectués dans ce corrigé étaient à rédiger sur votre copie. .... **[3]**

Le moment fléchissant est maxi en différentes abscisses ($x = 0$, $x \in [L; 2L]$, $x = 3L$ et vaut FL en intensité. La contrainte maxi vaut alors :

$$\sigma_M = \frac{FL}{I}\frac{h}{2} = \frac{FL}{bh^3}12\frac{h}{2} = \frac{6FL}{bh^2} = 216 \text{ MPa}$$

.... **[0.75]**

Le point de la poutre situé à $x = \frac{3}{2}L$ et $y = \frac{h}{2}$ subit la contrainte de compression $-\sigma_M$. ..... **[0.75]**

On ne sort pas du domaine élastique : le coefficient de sécurité est $270/216 \approx 1.25$ .... **[0.5]**

La détermination de la flèche se fait à partir des relations et des conditions suivantes :

$x \in [0; L]$	$x \in [L; 2L]$	$x \in [2L; 3L]$
$M(x) = -2Fx + FL$	$M(x) = FL$	$M(x) = -Fx + 2FL$
$EIv"(x) = F(-2x + L)$	$EIv"(x) = F(L)$	$EIv"(x) = F(-x + 2L)$
$EIv'(x) = F\left(-2\frac{x^2}{2} + Lx + A\right)$	$EIv'(x) = F\left(Lx + B\right)$	$EIv'(x) = F\left(-\frac{x^2}{2} + 2Lx + D\right)$
$EIv(x) = F\left(-\frac{x^3}{3} + L\frac{x^2}{2} + Ax + G\right)$	$EIv(x) = F\left(L\frac{x^2}{2} + Bx + H\right)$	$EIv(x) = F\left(-\frac{x^3}{6} + 2L\frac{x^2}{2} + Dx + J\right)$
$v'(0) = 0$		
$v(0) = 0$		

$v'(x)$ continu en $x = L$
$v(x)$ continu en $x = L$

$v'(x)$ continu en $x = 2L$
$v(x)$ continu en $x = 2L$

.... **[2]**

Les 6 conditions donnent :

$$\left\{\begin{array}{rcl} A & = & 0 \\ G & = & 0 \\ -2\frac{L^2}{2} + L^2 + A & = & L^2 + B \\ -\frac{L^3}{3} + L\frac{L^2}{2} + AL + G & = & L\frac{L^2}{2} + BL + H \\ L(2L) + B & = & -\frac{(2L)^2}{2} + 2L(2L) + D \\ L\frac{(2L)^2}{2} + B(2L) + H & = & -\frac{(2L)^3}{6} + 2L\frac{(2L)^2}{2} + D(2L) + J \end{array}\right.$$

Reste à gérer 4 équations :

$$\Longrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} -L^2 & = & B \\ -\frac{1}{3}L^3 & = & BL + H \\ 2L^2 + B & = & 2L^2 + D \\ 2BL + H & = & \frac{2}{3}L^3 + 2DL + J \end{array}\right.$$

La 1$^{\text{ère}}$ équation donne :

$$B = -L^2$$

La 3$^{\text{ème}}$ équation donne alors :

$$D = B = -L^2$$

et la 2$^{\text{ème}}$ équation :

$$H = -\frac{1}{3}L^3 - BL = -\frac{1}{3}L^3 + L^3 = \frac{2}{3}L^3$$

et la 4$^{\text{ème}}$ équation :

$$\begin{array}{rcl} J & = & 2BL + H - \frac{2}{3}L^3 - 2DL \\ J & = & H - \frac{2}{3}L^3 \\ J & = & \frac{2}{3}L^3 - \frac{2}{3}L^3 = 0 \end{array}$$

. . . . **[3]**

On a finalement :

$$\begin{array}{c|c|c} x \in [0; L] & x \in [L; 2L] & x \in [2L; 3L] \\ EIv(x) = F\left(-\frac{x^3}{3} + L\frac{x^2}{2}\right) & EIv(x) = F\left(L\frac{x^2}{2} - L^2x + \frac{2}{3}L^3\right) & EIv(x) = F\left(-\frac{x^3}{6} + 2L\frac{x^2}{2} - L^2x - 2L^3\right) \\ EIv(x) = \frac{F}{6}\left(-2x^3 + 3Lx^2\right) & EIv(x) = \frac{F}{6}\left(3Lx^2 - 6L^2x + 4L^3\right) & EIv(x) = \frac{F}{6}\left(-x^3 + 6Lx^2 - 6L^2x\right) \end{array}$$

En posant la variable adimensionnelle $X = \frac{x}{L}$, la flèche a-dimensionnée $v^*(X) = \frac{6EIv(x)}{FL^3}$ est :

$$\begin{array}{c|c|c} X \in [0; 1] & X \in [1; 2] & X \in [2; 3] \\ v^*(X) = -2X^3 + 3X^2 & v^*(X) = 3X^2 - 6X + 4 & v^*(X) = -X^3 + 6X^2 - 6X \end{array}$$

. . . . **[2]**

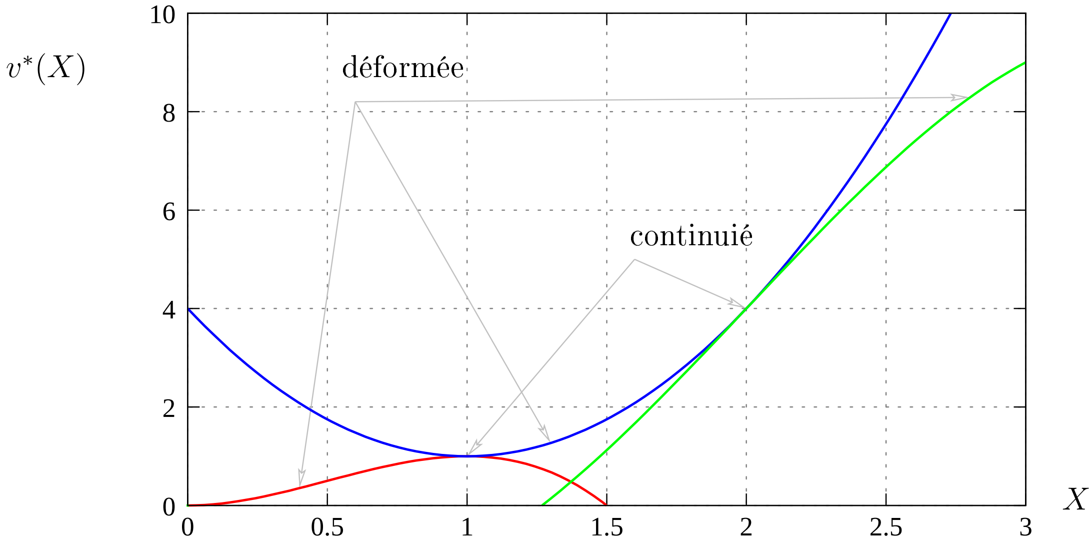


FIGURE 1 – Les 3 fonctions, représentant la déformée, présentent une continuité et une pente continue en $X = 1$ et $X = 2$. Cette figure représente la déformée de la poutre amplifiée de 16.2 environ.

. . . . **[1.5]**

La flèche est maxi en $x = 3L$ ($X = 3$). On a $v^*(3) = 9$. La flèche maxi est :

$$v(3L) = \frac{9FL^3}{6EI} = \frac{3FL^3}{2EI} \approx 25.2 \text{ mm}$$

. . . . **[1.5]**

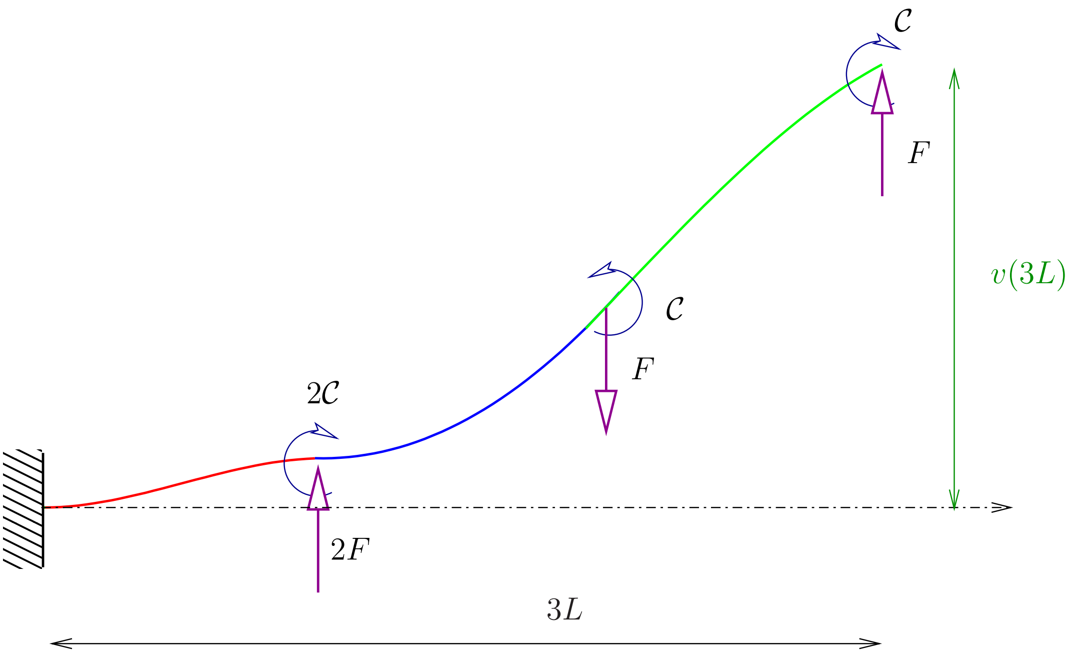


FIGURE 2 – Déformée de la poutre amplifiée.