Exercice n°1 _ Flexion

La poutre présentée sur la Fig. 1, de longueur $2L$ est encastrée en $x = 0$.
La poutre est soumise à :

- une force ponctuelle $-3F\vec{y}$ en $x = L$;
- un couple concentré $-3\mathcal{C}\vec{z}$ en $x = L$ où $\mathcal{C} = FL$;
- une force ponctuelle $F\vec{y}$ en $x = 2L$;
- un couple concentré $\mathcal{C}\vec{z}$ en $x = 2L$.

La section constante de la poutre est de hauteur h (suivant $\vec{y}$) et de largeur b (suivant $\vec{z}$).
La poutre est en alliage d'aluminium de module d'élasticité E et de limite élastique R_e.
L'accélération de la pesanteur n'est pas prise en compte.

On donne :

$L = 260$ mm	$F = 677$ N	$b = 50$ mm	$h = 24$ mm	$E = 69500$ MPa	$R_e = 120$ MPa

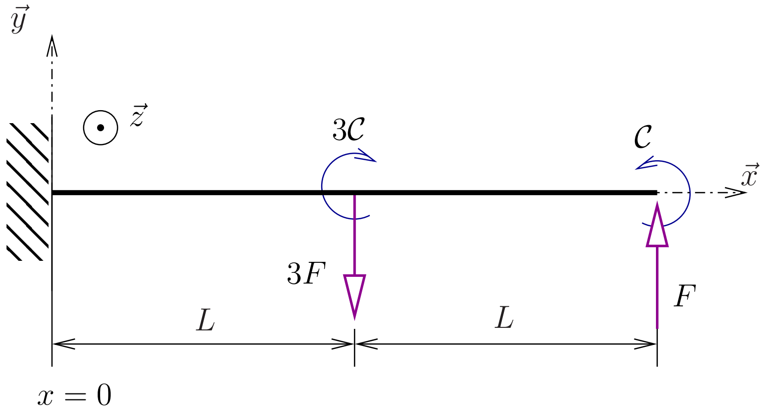

Fig. 1 – Problème de flexion étudié.

1) Calculez analytiquement puis numériquement les actions exercées par l'encastrement sur la poutre. . . . . **[1]**

2) Calculez analytiquement les expressions de l'effort tranchant $T(x)$ suivant la direction $\vec{y}$ et du moment fléchissant $\mathbb{M}(x)$ suivant la direction $\vec{z}$.
Tracez précisement les graphes de ces fonctions en précisant des valeurs sur les axes. . . . . **[3]**

3) Calculez la contrainte maximum de tension (traction-compression).
Quel(s) point(s) subit (subissent) cette contrainte en traction, en compression ?
Est-on encore dans le domaine élastique ?
Si oui, quel est le coefficient de sécurité ? . . . . **[1.5]**

4) Calculez l'expression de la flèche $v(x)$.
Tracez la déformée de la poutre.
Donnez alors analytiquement puis numériquement $v(2L)$. . . . . **[5.5]**

Exercice n°2 – Torsion

Le but est de comparer les 2 sections droites circulaires de la FIG. 2 au niveau de la contrainte, de la rotation de section droite et de la masse de la poutre.

La poutre circulaire pleine (1) est de rayon R, la creuse (2) est de rayon extérieur R_e et intérieur R_i. Ces sections sont mises sur deux poutres de même longueur L, même matériau (mêmes masse volumique ρ, limite élastique, module d'élasticité transversal G) et subissant le même moment de torsion $\mathbb{M}_T$.

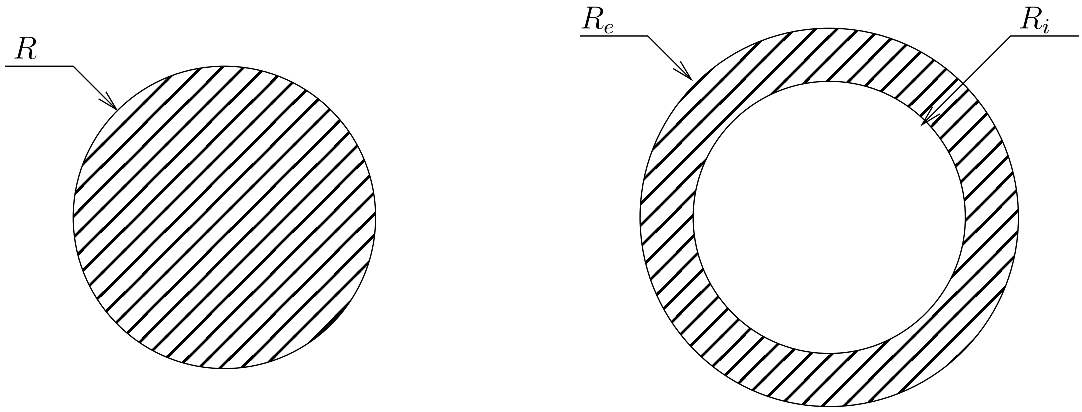

FIG. 2 – Deux sections droites de poutre soumises à un moment de torsion.

L'indice (1) (respectivement (2)) est relatif à la poutre pleine (respectivement creuse).

1) Pour chacune des sections, exprimez la masse de chaque poutre soit m_1 et m_2. En déduire le rapport de masses entre les 2 poutres soit $\frac{m_1}{m_2}$. .... **[0.5]**

2) Pour chacune des sections, exprimez le moment quadratique soit I_1 et I_2. En déduire le rapport des moments quadratiques soit $\frac{I_1}{I_2}$. .... **[0.5]**

3) Pour chacune des sections, exprimez la contrainte maximum de cisaillement soit τ_1 et τ_2. En déduire le rapport des contraintes maximum soit $\frac{\tau_1}{\tau_2}$. .... **[1]**

4) Pour chacune des sections, exprimez la rotation de section droite soit θ_1 et θ_2. En déduire le rapport des rotations de section droite soit $\frac{\theta_1}{\theta_2}$. .... **[1]**

On donne $R_e = 50$ mm et $R_i = 40$ mm pour les questions suivantes.

5) On souhaite avoir $\theta_1 = \theta_2$. Déterminez R.
Déterminez alors les rapports de masses et de contraintes.
Commentez par une phrase claire. .... **[2]**

6) On souhaite avoir $\tau_1 = \tau_2$. Déterminez R.
Déterminez alors les rapports de masses et de rotations de section droite.
Commentez par une phrase claire. .... **[2]**

7) On souhaite avoir $m_1 = m_2$. Déterminez R.
Déterminez alors les rapports de contraintes maxis et de rotations de section droite.
Commentez par une phrase claire. .... **[2]**