UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Licence L2 - PCGS - Parcours Mécanique

UE Méca 1 - Résistance des Matériaux

1ère session 2020-2021 _ Durée : 2h00

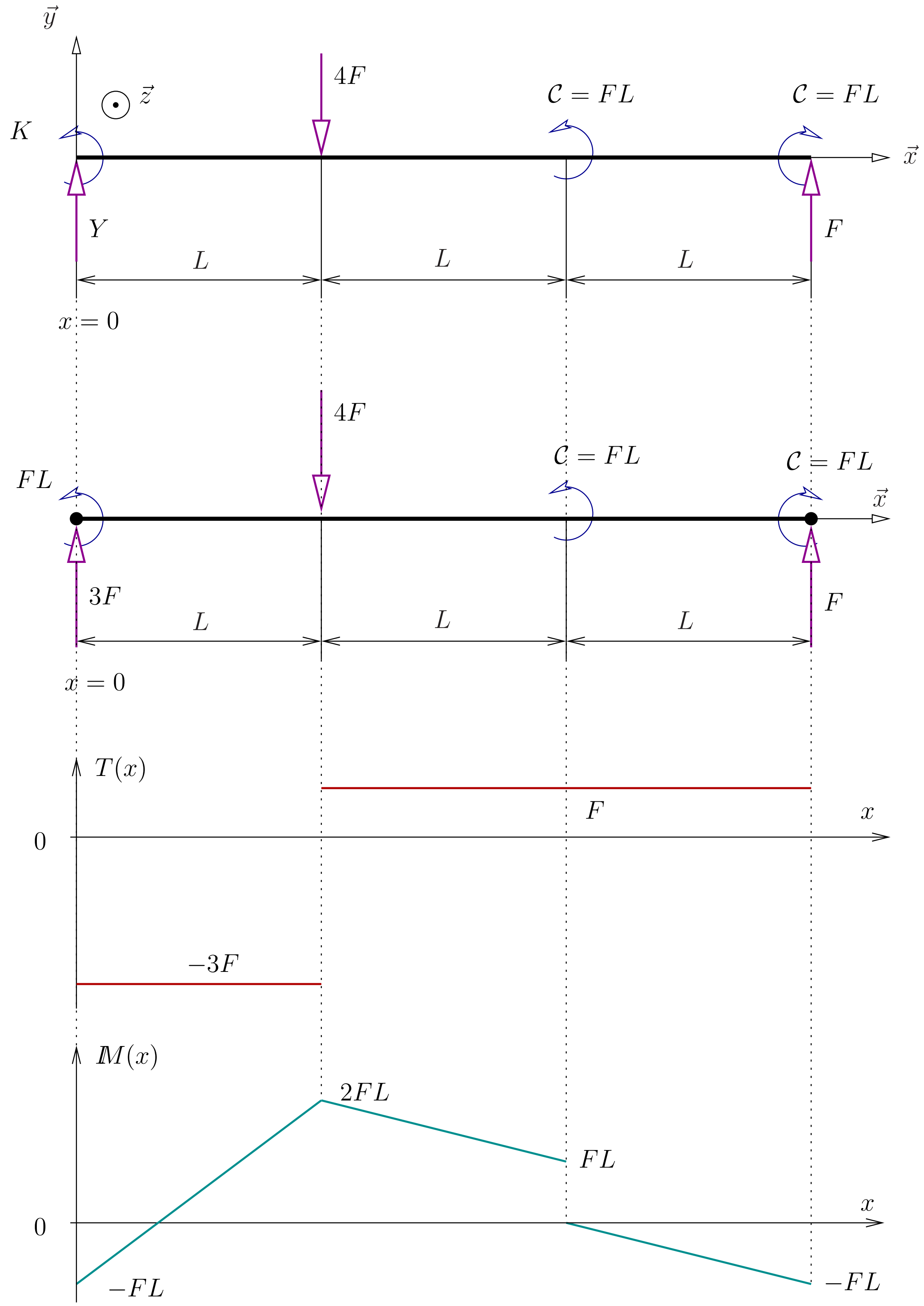
Responsable : L. Blanchard

Eléments de correction

Isolons toute la poutre et appliquons le **P.F.S.** . On obtient :

$$\begin{cases} Y - 4F + F = 0 \\ K + \mathcal{C} - \mathcal{C} - 4F\,L + F\,3L = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} Y &= 3F = 360 \text{ N} \\ K &= FL = 18 \text{ N.m} \end{cases}$$

.... **[2]**



En réalisant trois coupures et en isolant une portion de poutre, il vient les diagrammes. . . . . . **[1+2]**

Les calculs non écrits dans ce corrigé étaient à rédiger sur votre copie . . . . **[3]**

C'est en $x = L$ que le moment fléchissant est maxi et vaut $2FL$. La contrainte maxi vaut alors :

$$\sigma_M = \frac{2FL}{I}\frac{h}{2} = \frac{2FL}{bh^3}12\frac{h}{2} = \frac{12FL}{bh^2} = 60 \text{ MPa}$$

.... **[0.75]**

Les points de cette section situés à $y = -\frac{h}{2}$ subissent la contrainte maxi en traction ; Ceux situés à $y = +\frac{h}{2}$ subissent la contrainte maxi en compression. .... **[0.75]**

On ne sort pas du domaine élastique : le coefficient de sécurité est $65/60 = 1.083$ .... **[0.5]**

La détermination de la flèche se fait à partir des relations et des conditions suivantes :

$x \in [0; L]$	$x \in [L; 2L]$	$x \in [2L; 3L]$
$M(x) = F(3L - x) - 4F(L - x)$	$M(x) = F(3L - x) - FL + FL$	$M(x) = F(3L - x) - FL$
$EIv"(x) = F(3x - L)$	$EIv"(x) = F(3L - x)$	$EIv"(x) = F(2L - x)$
$EIv'(x) = F\left(3\frac{x^2}{2} - Lx + A\right)$	$EIv'(x) = F\left(-\frac{x^2}{2} + 3Lx + B\right)$	$EIv'(x) = F\left(-\frac{x^2}{2} + 2Lx + D\right)$
$EIv(x) = F\left(3\frac{x^3}{6} - L\frac{x^2}{2} + Ax + G\right)$	$EIv(x) = F\left(-\frac{x^3}{6} + 3L\frac{x^2}{2} + Bx + H\right)$	$EIv(x) = F\left(-\frac{x^3}{6} + 2L\frac{x^2}{2} + Dx + J\right)$
$v'(0) = 0$		
$v(0) = 0$		

$v'(x)$ continu en $x = L$

$v(x)$ continu en $x = L$

$v'(x)$ continu en $x = 2L$

$v(x)$ continu en $x = 2L$

.... **[2]**

Les 6 conditions donnent :

$$\left\{\begin{array}{rcl} A & = & 0 \\ G & = & 0 \\ 3\frac{L^2}{2} - L^2 + A & = & -\frac{L^2}{2} + 3L^2 + B \\ -\frac{(2L)^2}{2} + 3L2L + B & = & -\frac{(2L)^2}{2} + 2L(2L) + D \\ 3\frac{L^3}{6} - L\frac{L^2}{2} + AL + G & = & -\frac{L^3}{6} + 3L\frac{L^2}{2} + BL + H \\ -\frac{(2L)^3}{6} + 3L\frac{(2L)^2}{2} + 2BL + H & = & -\frac{(2L)^3}{6} + 2L\frac{(2L)^2}{2} + 2DL + J \end{array}\right.$$

On ne gère que 4 équations :

$$\Longrightarrow \quad \left\{\begin{array}{rcl} 4\frac{L^2}{2} - L^2 - 3L^2 & = & B \\ 6L^2 + B & = & 4L^2 + D \\ \frac{L^3}{2} - \frac{L^3}{2} & = & -\frac{L^3}{6} + 3\frac{L^3}{2} + BL + H \\ 6L^3 + 2BL + H & = & 4L^3 + 2DL + J \end{array}\right.$$

La $1^{\text{ère}}$ équation donne :

$$B = -2L^2$$

La $2^{\text{ème}}$ équation donne alors :

$$D = 2L^2 + B = 0$$

et la $3^{\text{ème}}$ équation :

$$H = \frac{L^3}{6} - 3\frac{L^3}{2} - BL = \frac{L^3}{6} - 9\frac{L^3}{6} + 2L^3 = -8\frac{L^3}{6} + \frac{12L^3}{6} = \frac{4L^3}{6} = \frac{2L^3}{3}$$

et la $4^{\text{ème}}$ équation :

$$\begin{aligned} 6L^3 + 2BL + H - 4L^3 - 2DL &= J \\ J &= 2L^3 - 4L^3 + \frac{2L^3}{3} = -2L^3 + \frac{2L^3}{3} = \frac{-6L^3}{3} + \frac{2L^3}{3} = -\frac{4L^3}{3} \end{aligned}$$

.... **[3]**

On a finalement :

$x \in [0; L]$	$x \in [L; 2L]$	$x \in [2L; 3L]$
$EIv(x) = F\left(3\frac{x^3}{6} - L\frac{x^2}{2}\right)$	$EIv(x) = F\left(-\frac{x^3}{6} + 3L\frac{x^2}{2} - 2L^2x + \frac{2L^3}{3}\right)$	$EIv(x) = F\left(-\frac{x^3}{6} + 2L\frac{x^2}{2} - \frac{4L^3}{3}\right)$
$EIv(x) = \frac{F}{6}\left(3x^3 - 3Lx^2\right)$	$EIv(x) = \frac{F}{6}\left(-x^3 + 9Lx^2 - 12L^2x + 4L^3\right)$	$EIv(x) = \frac{F}{6}\left(-x^3 + 6Lx^2 - 8L^3\right)$

En posant la variable adimensionnelle $X = \frac{x}{L}$, la flèche adimensionnée $v^*(X) = \frac{6EIv(x)}{FL^3}$ est :

$X \in [0; 1]$	$X \in [1; 2]$	$X \in [2; 3]$
$v^*(X) = 3X^3 - 3X^2$	$v^*(X) = -X^3 + 9X^2 - 12X + 4$	$v^*(X) = -X^3 + 6X^2 - 8$

.... **[2]**

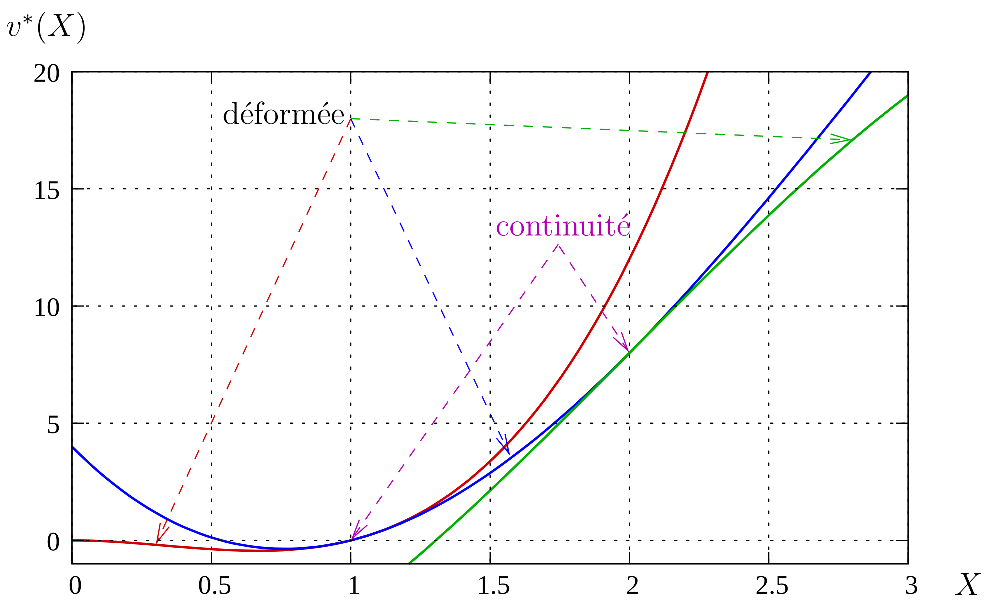


Fig. 1 – Les 3 fonctions, représentant la déformée, présentent une continuité et une pente continue en $X = 1$ et $X = 2$. Cette figure représente la déformée de la poutre amplifiée de 15.6 environ.

.... **[1.5]**

La flèche est maxi en $x = 3L$ ($X = 3$). On a $v^*(3) = 19$. La flèche maxi est :

$$v(3L) = \frac{19FL^3}{6EI} \approx 5.12 \text{ mm}$$

.... **[1.5]**

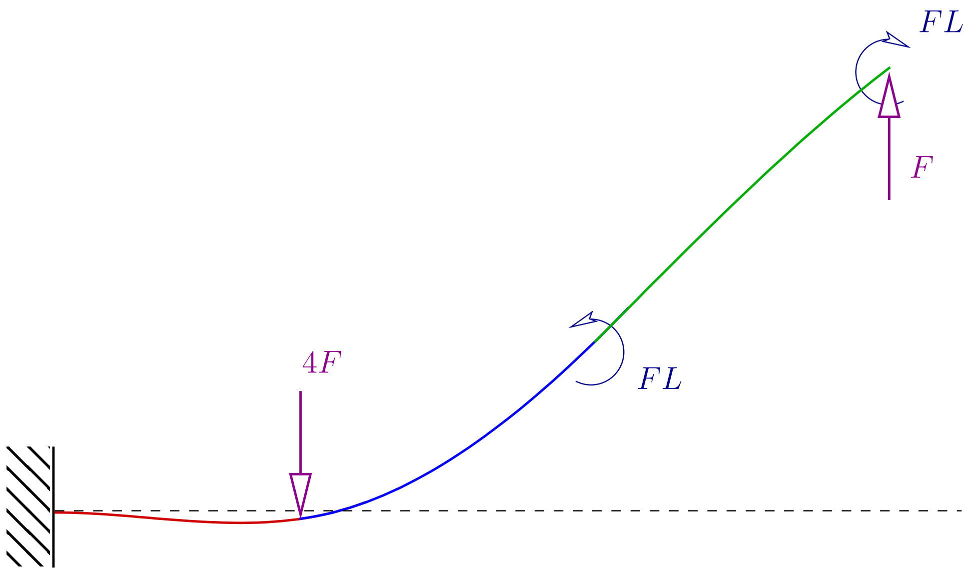


FIG. 2 – Déformée de la poutre amplifiée de 15.6 environ.