

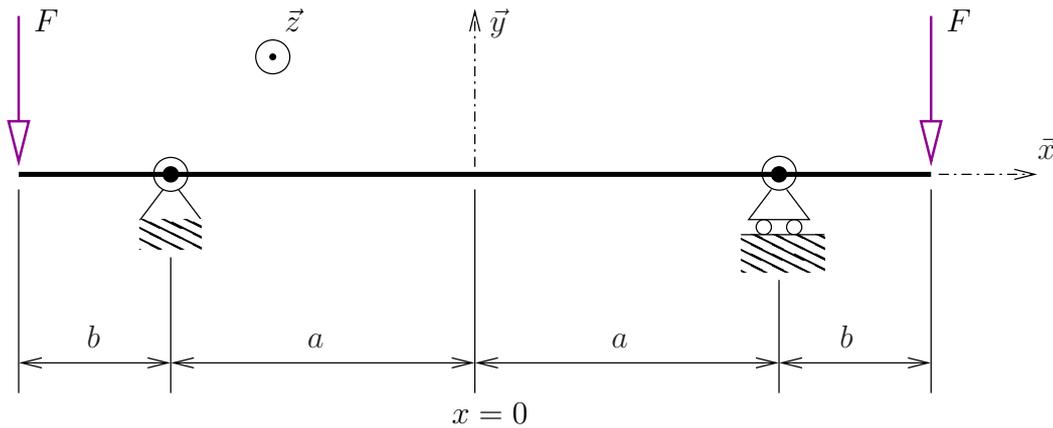
La poutre symétrique de longueur $2(a + b)$ est en appui double et simple respectivement en $x = -a$ et $x = +a$.

De plus, la poutre est soumise à 2 forces ponctuelles $\vec{F} = -F\vec{y}$ en $x = -(a + b)$ et $x = +(a + b)$.

La section constante de la poutre est circulaire creuse de rayons extérieur R_e et intérieur R_i .

La poutre est en alliage aluminium de module d'élasticité E .

L'accélération de la pesanteur n'est pas prise en compte.



Le problème étant symétrique, nous n'étudions que la moitié de la poutre et l'origine du repère est située dans le plan de symétrie.

1) Déterminez analytiquement les actions exercées par chaque appui sur la poutre. [0.5]

2) Déterminez analytiquement les expressions de l'effort tranchant $T(x)$ suivant la direction \vec{y} et du moment fléchissant $M(x)$ suivant la direction \vec{z} pour $x \in [0; (a + b)]$.

Tracez précisément les graphes de ces fonctions (pour $x \in [0; (a + b)]$ uniquement) en précisant des expressions analytiques sur les axes. [2.5]

3) Déterminez l'expression de la contrainte maximum de tension (traction-compression).

Quel(s) point(s) subit (subissent) cette contrainte en traction, en compression ? [2]

4) Déterminez l'expression de la flèche $v(x)$ pour $x \in [0; (a + b)]$.

Dans le cas où $a = 2b$, tracez la déformée de la poutre.

Dans ce cas, déterminez alors l'expression de la flèche maximum ainsi que sa position (en x). [6]

5) Dans le cas où $F = 1230$ N, $E = 73000$ MPa, $a = 2b = 500$ mm, $R_e = 30$ mm et $R_i = 28$ mm, calculez numériquement la contrainte maximum de tension et la flèche maximum. [4]

On souhaite comparer les IPN100 et IPN200 (cf FIG. 1) pour un même chargement de poutre de même longueur et de même matériau. Le chargement s'effectue avec un moment fléchissant suivant l'axe fort x-x. Les rapports qui suivent sont définis par :

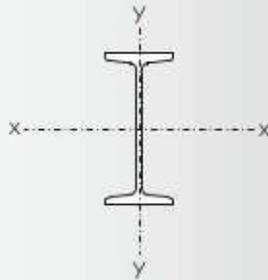
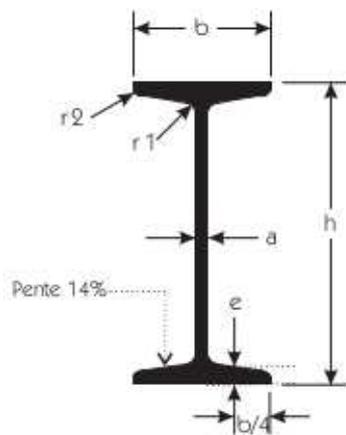
$$\text{Rapport} = \frac{\text{Valeur pour l'IPN200}}{\text{Valeur pour l'IPN100}}$$

1) Calculez le rapport de masse m^* des 2 IPN. [0.5]

2) Calculez le rapport de contrainte de tension σ^* des 2 IPN. [1.5]

3) Calculez le rapport de flèche f^* des 2 IPN. [2]

4) Ecrivez et complétez correctement la phrase suivante : *L'IPN200 est plus de ... fois plus (lourd/léger), se déforme ... fois (plus/moins) et est ... fois (plus/moins) résistant que l'IPN100.* [1]



LEXIQUE

- V** : Surface à peindre / m de long.
 $= 4(b-2r) + 2(h-a) + 2\pi r$
- F** : Aire de la section
 $= 2be + (h-2e)a + (4\pi)r^2$
- I** : Moment d'inertie
 $I_{x-x} = 1/12(bh^3 - (b-a)(h-2e)^3) + 0,03r^4 + 0,2146r^2(h-2e-0,4468r)^2$
 $I_{y-y} = 1/12(2eb^3 + (h-2e)a^3) + 0,03r^4 + 0,2146r^2(a+0,4468r)^2$
- W** : Moment de résistance
 $W_{x-x} = I_{x-x}/(h/2)$
 $W_{y-y} = I_{y-y}/(b/2)$
- i** : Rayon d'inertie
 $= \sqrt{I/F}$
- x-x** : axe fort
y-y : axe faible

EURONORM 24 -62		DIN 1026				V (m ² /m)	F (cm ²)	I _{x-x} (cm ⁴)	W _{x-x} (cm ³)	i _{x-x} (cm)	I _{y-y} (cm ⁴)	W _{y-y} (cm ³)	i _{y-y} (cm)
IPN	Poids (Kg/m)	Dimensions (mm)											
		h	b	a	e								
80	6,1	80	42	3,9	5,9	0,304	7,6	77,8	19,5	3,20	6,29	3,00	0,91
100	8,50	100	50	4,5	6,8	0,370	10,6	171,0	34,2	4,01	12,20	4,88	1,07
120	11,40	120	58	5,1	7,7	0,439	14,2	328,0	54,7	4,81	21,50	7,41	1,23
140	14,60	140	66	5,7	8,6	0,502	18,2	573,0	81,9	5,61	35,20	10,7	1,40
160	18,30	160	74	6,3	9,5	0,575	22,8	935,0	117,0	6,40	54,70	14,8	1,55
180	22,40	180	82	6,9	10,4	0,640	27,9	1450,0	161,0	7,20	81,30	19,8	1,71
200	26,70	200	90	7,5	11,3	0,709	33,4	2140,0	214,0	8,00	117,00	26,0	1,87
220	31,70	220	98	8,1	12,2	0,775	39,5	3060,0	278,0	8,80	162,00	33,1	2,02
240	36,90	240	106	8,7	13,1	0,844	46,1	4250,0	354,0	9,59	221,00	41,7	2,20
260	42,70	260	113	9,4	14,1	0,906	53,3	5740,0	442,0	10,40	288,00	51,0	2,32
280	48,90	280	119	10,1	15,2	0,966	61,0	7590,0	542,0	11,10	364,00	61,2	2,45
300	55,30	300	125	10,8	16,2	1,030	69,0	9800,0	653,0	11,90	451,00	72,2	2,56
320	62,60	320	131	11,5	17,3	1,090	77,7	12510,0	782,0	12,70	555,00	84,7	2,67
340	69,30	340	137	12,2	18,3	1,150	86,7	15700,0	923,0	13,50	674,00	98,4	2,80
360	77,60	360	143	13,0	19,5	1,210	97,0	19610,0	1090,0	14,20	818,00	114,0	2,90
380	85,60	380	149	13,7	20,5	1,270	107,0	24010,0	1260,0	15,00	975,00	131,0	3,02
400	94,20	400	155	14,4	21,6	1,330	118,0	29210,0	1460,0	15,70	1160,00	149,0	3,13
450	116,20	450	170	16,2	24,3	1,480	147,0	45850,0	2040,0	17,70	1730,00	203,0	3,43
500	142,40	500	185	18,0	27,0	1,630	179,0	68740,0	2750,0	19,60	2480,00	268,0	3,72
550	168,70	550	200	19,0	30,0	1,800	212,0	99180,0	3610,0	21,60	3490,00	349,0	4,02

FIG. 1 – Caractéristiques de profilés IPN.