L2 - PCSTM - Parcours Mécanique
Résistance des Matériaux
1[ère] session 2015-2016 _ Durée : 1h30
Responsable : L. Blanchard
Eléments de correction

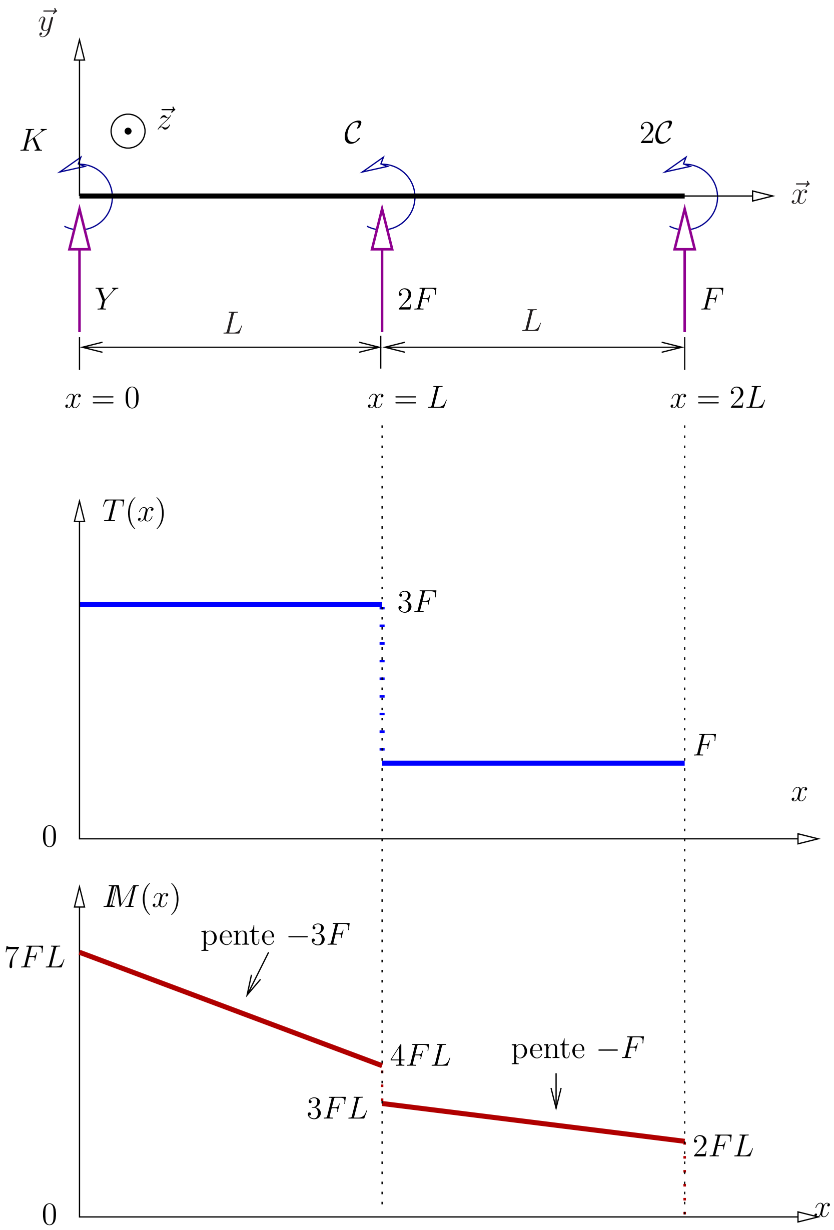
---

1) Le **P.F.S.** à toute la poutre :

$$\begin{cases} Y + 3F = 0 \quad \Longrightarrow \quad Y = -3F \\ K + 3\mathcal{C} + 2FL + F2L = 0 \quad \Longrightarrow \quad K = -7FL \end{cases}$$

.... **[1]**

2)



.... **[3]**

3)

$$\begin{array}{rr} x \in [0:L] & x \in [L:2L] \\ EIv" = 3\mathcal{C} + F(2L-x) + 2F(L-x) & EIv" = 2\mathcal{C} + F(2L-x) \\ EIv" = F(7L-3x) & EIv" = F(4L-x) \\ EIv' = F(7Lx - \frac{3}{2}x^2 + A) & EIv' = F(4Lx - \frac{1}{2}x^2 + D) \\ \text{or } v'(0) = 0 \quad \Longrightarrow \quad A = 0 & \\ EIv = F\left(\frac{7}{2}Lx^2 - \frac{1}{2}x^3 + B\right) & EIv = F\left(2Lx^2 - \frac{1}{6}x^3 + Dx + G\right) \\ \text{or } v(0) = 0 \quad \Longrightarrow \quad B = 0 & \end{array}$$

La continuité de la rotation de section droite (donc de $v'(x)$) en $x = L$ donne :

$$7L^2 - \frac{3}{2}L^2 = 4L^2 - \frac{1}{2}L^2 + D \quad \Longrightarrow \quad D = 2L^2$$

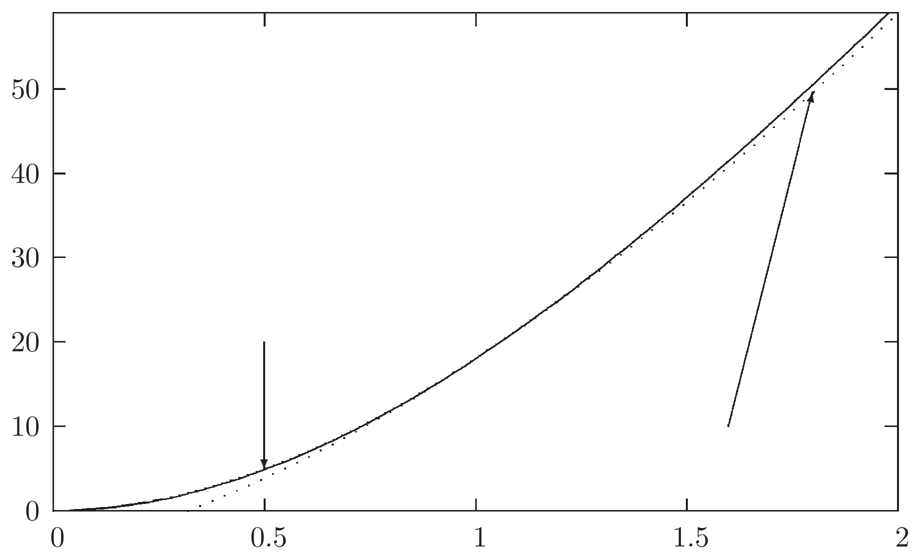
La continuité de la flèche (donc de $v(x)$) en $x = L$ donne :

$$\frac{7}{2}L^3 - \frac{1}{2}L^3 = 2L^2 - \frac{1}{6}L^3 + DL + G \quad \Longrightarrow \quad G = -\frac{5}{6}L^3$$

On obtient alors :

$$\begin{array}{rr} x \in [0:L], X = \frac{x}{L} \in [0:1] & x \in [L:2L], X = \frac{x}{L} \in [1:2] \\ EIv(x) = F\left(\frac{7}{2}Lx^2 - \frac{1}{2}x^3\right) & EIv(x) = F\left(2Lx^2 - \frac{1}{6}x^3 + 2L^2x - \frac{5}{6}L^3\right) \\ v(x) = \frac{FL^3}{6EI}\left(21X^2 - 3X^3\right) & v(x) = \frac{FL^3}{6EI}\left(12X^2 - X^3 + 12X - 5\right) \end{array}$$

soit une allure de flèche dans les 2 portions :



Flèche Maxi :

$$v(2L) = 59\frac{FL^3}{6EI} = 11.85 \text{ mm}$$

....[6]

4) Contrainte Maxi :

$$\sigma_M = \frac{M(0)}{I}\frac{h}{2} = 7FL\frac{12}{bh^3}\frac{h}{2} = \frac{42FL}{bh^2} = 393.75 \text{ MPa}$$

en $x = 0$ et $y = +\frac{h}{2}$: compression,
en $x = 0$ et $y = -\frac{h}{2}$: traction.
On a $\sigma_M < R_e$: la poutre est encore dans le domaine élastique. .... **[1.5]**

5)

$$\frac{42FL}{bh^2} = R_e \quad \Longrightarrow \quad b = \frac{42FL}{R_e h^2} = 15.14 \text{ mm}$$

La masse étant $m = \rho bhL$, elle a diminuée de (15.14-20)/20*100 % soit -24%
La nouvelle flèche est $20/15.14 * 11.85$ mm = 15.65 mm ....**[1.5]**

6)

$$\frac{42FL}{bh^2} = R_e \quad \Longrightarrow \quad h = \sqrt{\frac{42FL}{bR_e}} = 34.80 \text{ mm}$$

La masse étant $m = \rho bhL$, elle a diminuée de (34.80-40)/40*100 % soit -13%
La nouvelle flèche est $40^3/34.8^3 * 11.85$ mm = 17.98 mm ....**[1.5]**