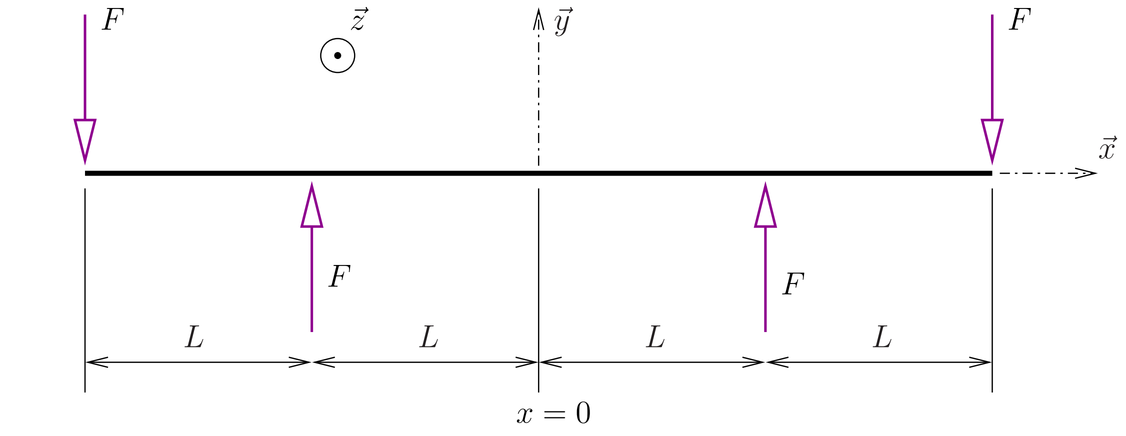
Licence L2 - PCSTM - Parcours Mécanique

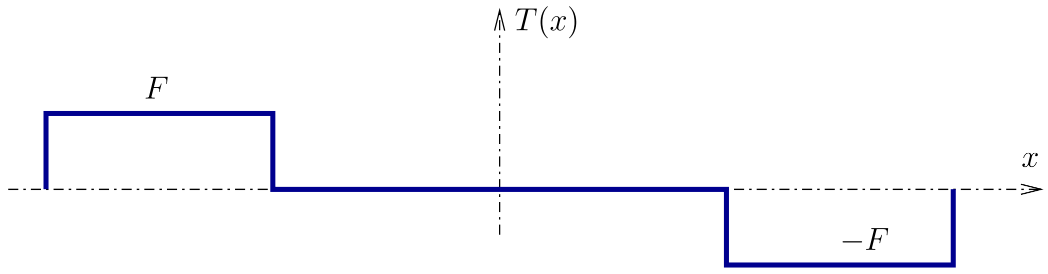
Examen Résistance des Matériaux

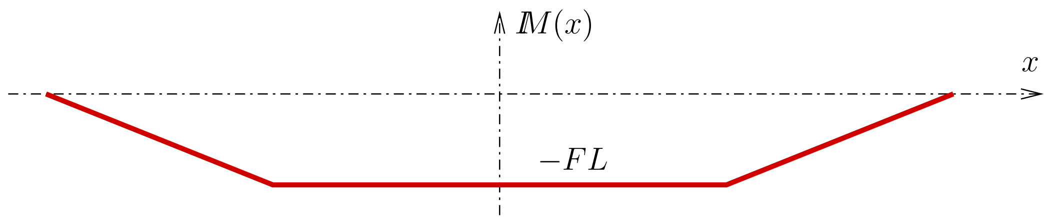
saison 2009-2010 _ Durée : 1h00

Responsable : L. Blanchard

Eléments de correction







$x \in [0 : L]$

$$EIv'' = -FL$$

$$EIv' = -F(Lx + A)$$

$$EIv = -F\left(L\frac{x^2}{2} + Ax + C\right)$$

$x \in [L : 2L]$

$$EIv'' = F(x - 2L)$$

$$EIv' = F\left(\frac{x^2}{2} - 2Lx + B\right)$$

$$EIv = F\left(\frac{x^3}{6} - 2L\frac{x^2}{2} + Bx + D\right)$$

La symétrie du problème fait que $v'(0) = 0 \implies A = 0$.
De plus nous devons avoir $v(x)$ et $v'(x)$ continues en $x = L$ et $v(L) = 0$ pour les 2 expressions ce qui s'écrit :

$$-(L^2) = \left(\frac{L^2}{2} - 2L^2 + B\right) \implies B = \frac{L^2}{2}$$

$$L\frac{L^2}{2} + C = 0 \implies C = -\frac{L^3}{2}$$

$$\frac{L^3}{6} - 2L\frac{L^2}{2} + BL + D = 0 \implies \frac{L^3}{6} - \frac{6L^3}{6} + \frac{L^3}{2} + D = 0 \implies D = \frac{L^3}{3}$$

On obtient alors :

$$x \in [0 : L], X = \frac{x}{L} \in [0 : 1]$$

$$EIv(x) = -F\left(L\frac{x^2}{2} - \frac{L^3}{2}\right)$$

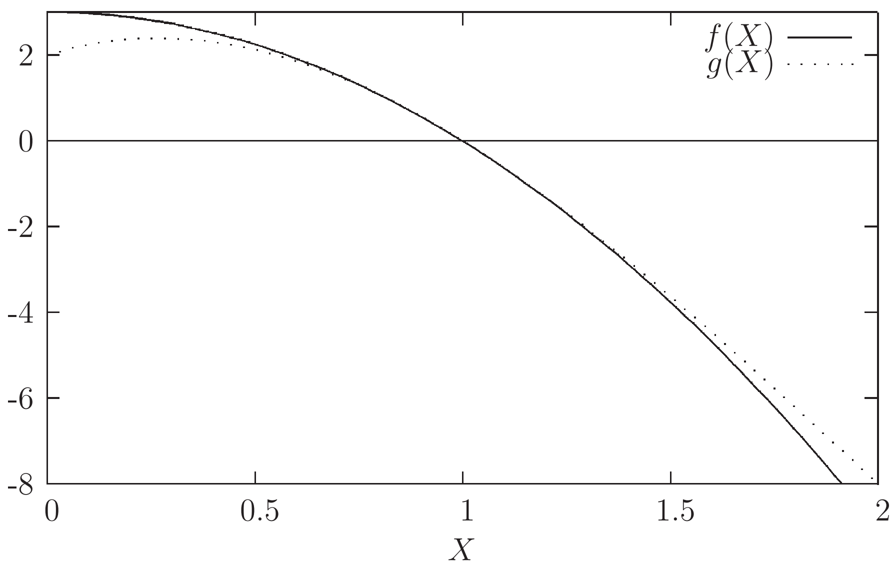
$$EIv(X) = \frac{FL^3}{6}\underbrace{\left(-3X^2 + 3\right)}_{f(X)}$$

$$x \in [L : 2L], X = \frac{x}{L} \in [1 : 2]$$

$$EIv(x) = F\left(\frac{x^3}{6} - 2L\frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{2}x + \frac{L^3}{3}\right)$$

$$EIv(x) = \frac{FL^3}{6}\underbrace{\left(X^3 - 6X^2 + 3X + 2\right)}_{g(X)}$$

Le tracé des 2 courbes adimensionnées donne l'allure de la déformée amplifiée par 20 environ :



La flèche maximum est $|v(2L)| = 8\frac{FL^3}{6EI} = \frac{4FL^3}{3EI} = 16.25$ mm.

Le moment est extrème sur tout $x \in [-L : L]$ et vaut $-FL = -320$ N.m.
La contrainte maximum est :

$$\sigma_{Max} = \frac{FL}{I}\frac{h}{2} = \frac{12FL}{bh^3}\frac{h}{2} = \frac{6FL}{bh^2} = 160 \text{ MPa}$$

Cette contrainte est en compression pour $y = -\frac{h}{2}$ et en traction pour $y = +\frac{h}{2}$.
Le coefficient de sécurité vaut 2.81.