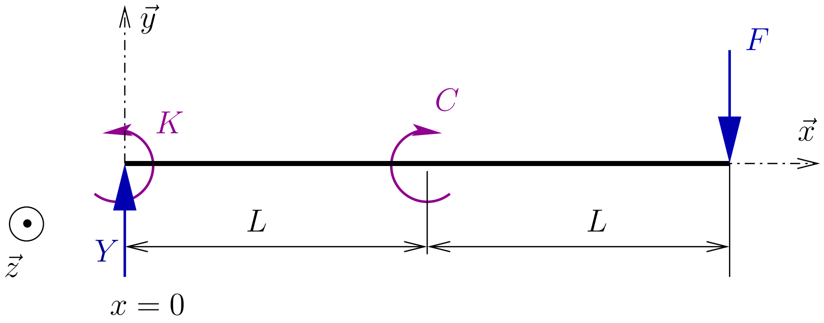
UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Licence L2 PCGS
UE Complément Mécanique 1 - Résistance des Matériaux
2022-2023 _ Durée : 1h30
Responsable : L. Blanchard
Eléments de correction

Une expression ou une valeur avec une unité incorrecte entraîne [0].
En noir, la correction, en violet, mes commentaires.

---

1) Le dessin précise les notations des efforts à l'encastrement.



Les équations du **P.F.S.** donnent :

$$\begin{cases} Y - F = 0 \\ K - C - 2FL = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} Y = F = 900 \text{ N} \\ K = 3FL = 4050 \text{ N.m} \end{cases}$$

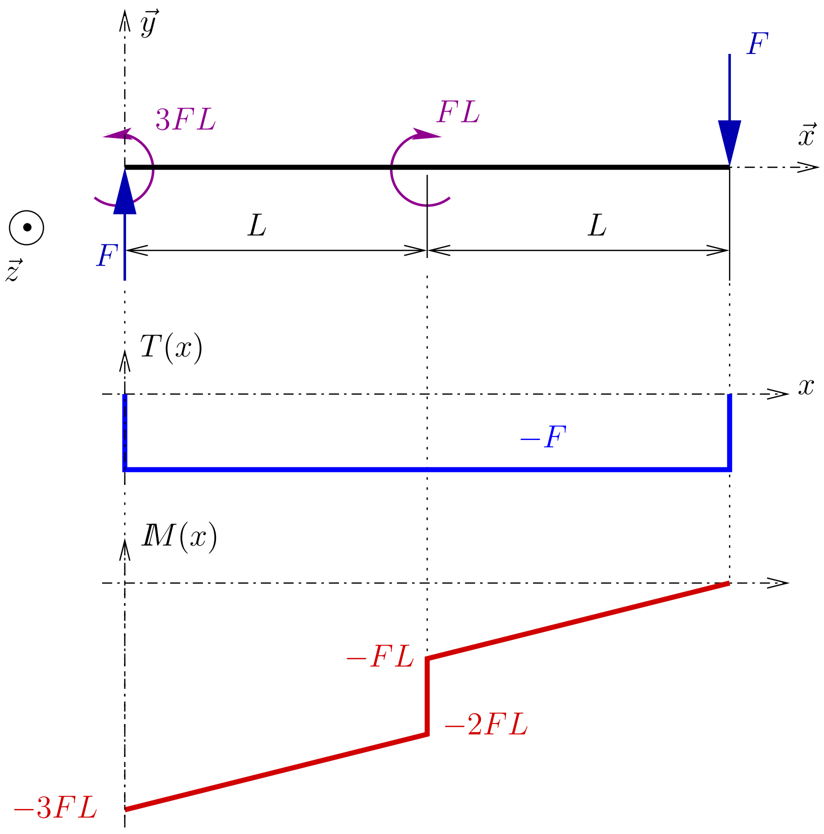
La moitié des points pour les valeurs numériques. Un quart des points pour la force, trois quart pour le moment. . . . . **[0.5+1.5]**

2) En réalisant les coupures (**les dessins non effectués ici étaient à réaliser**), on trouve :

$$x \in [L : 2L] \quad : \quad T(x) = -F \qquad \text{et} \qquad M(x) = -F(2L - x)$$

$$x \in [0 : L] \quad : \quad T(x) = -F \qquad \text{et} \qquad M(x) = -F(2L - x) - FL$$

Plus de points sur le moment . . . . **2*[0.5+0.75]=2*[1.25]=[2.5]**



. . . . **[1+1.5]=[2.5]**

3)

$$I = \frac{bh^3}{12} = 29\,160\,000\ \text{mm}^4$$

$$\sigma(x,y) = -\frac{M(x)}{I}y \quad ; \quad \sigma_M = \frac{3FL}{I}\frac{h}{2} = \frac{3*12FL}{bh^3}\frac{h}{2} = \frac{18FL}{bh^2} = 12.5\ \text{MPa}$$

. . . . **[1.5]**

Si votre σ_M est correctement calculé avec $M(x)$ faux alors **[0.75]**
Si seule la relation est bonne alors **[0.25]**

Les points situés à $x = 0$ et $y = +\frac{h}{2}$ subissent cette contrainte maxi en traction.
Les points situés à $x = 0$ et $y = -\frac{h}{2}$ subissent cette contrainte maxi en compression. . . . . **[0.75]**
Même si votre valeur de σ_M est fausse, vous pouvez avoir tous les points si vous avez bon relativement à vos résultats de $M(x)$ qui peuvent être faux.

La poutre reste dans le domaine élastique avec le coefficient de sécurité $57/12.5 \approx 4.56$. . . . . **[0.75]**
Si votre coefficient de sécurité est faux mais correctement calculé avec σ_M faux alors **[0.5]**
Si vous calculez l'inverse du coefficient de sécurité alors **[0]** …un coefficient de sécurité est supérieur à 1 !

4) Pour trouver l'équation de la déformée de la poutre, on doit résoudre :

$x \in [0; L]$	$x \in [L; 2L]$
$M(x) = EIv''(x) = F(x-3L)$	$M(x) = EIv''(x) = F(x-2L)$
$EIv'(x) = F\left(\frac{x^2}{2} - 3Lx + A\right)$	$EIv'(x) = F\left(\frac{x^2}{2} - 2Lx + D\right)$
$EIv(x) = F\left(\frac{x^3}{6} - 3L\frac{x^2}{2} + Ax + B\right)$	$EIv(x) = F\left(\frac{x^3}{6} - 2L\frac{x^2}{2} + Dx + G\right)$

Conditions limites à respecter :

$v(0) = 0$ $v'(0) = 0$	

$v'(x)$ continu en $x = L$
$v(x)$ continu en $x = L$

. . . . **[2]**

[2*0.25] pour les 2 primitives trouvées, **[1.5]** pour les 4 conditions aux limites trouvées.
La quasi totalité des copies ont les 4 conditions aux limites bonnes alors que c'est nouveau dans votre scolarité ;
Beaucoup trop de copies ont $M(x)$ faux alors qu'une somme de moment n'est pas nouveau dans votre scolarité ! =-(
Si vos 2 expressions de $M(x)$ sont fausses, vous ne pouvez obtenir quasiment aucun points après sauf sur l'unité de f.

Exploitation :

$$\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ \frac{L^2}{2} - 3L^2 + A = \frac{L^2}{2} - 2L^2 + D \\ \frac{L^3}{6} - 3\frac{L^3}{2} + AL + B = \frac{L^3}{6} - 2\frac{L^3}{2} + DL + G \end{cases}$$

La 3$^{\text{ème}}$ équation donne :

$$D = -L^2$$

La 4$^{\text{ème}}$ équation donne :

$$G = -\frac{L^3}{2} + L^3 = \frac{L^3}{2}$$

.... **[3]**

On a alors :

$x \in [0; L]$	$x \in [L; 2L]$
$EIv(x) = F\left(\frac{x^3}{6} - 3L\frac{x^2}{2}\right)$	$EIv(x) = F\left(\frac{x^3}{6} - 2L\frac{x^2}{2} - L^2x + \frac{L^3}{2}\right)$

.... **[1]**

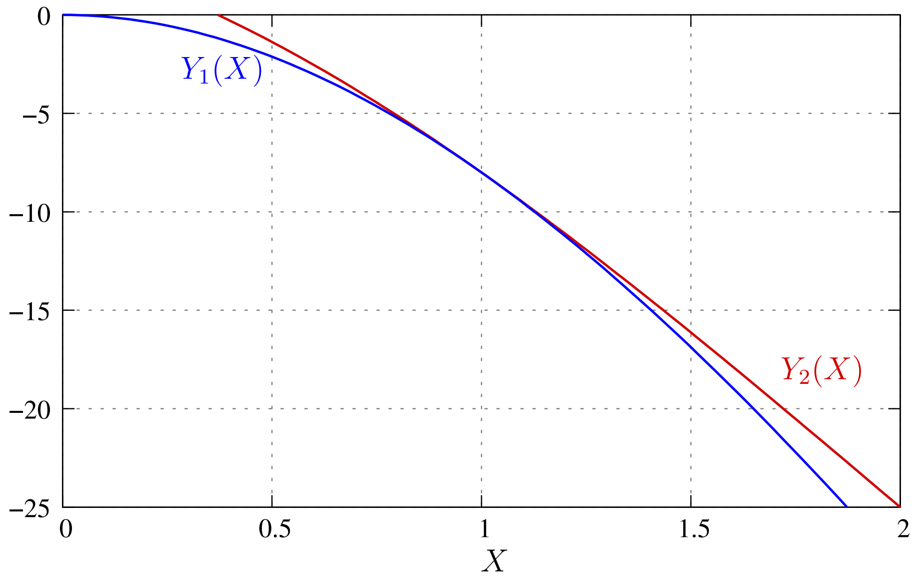
Si la première expression de $v(x)$ est correcte, alors **[0.5]** seulement et aucun autre point avant.

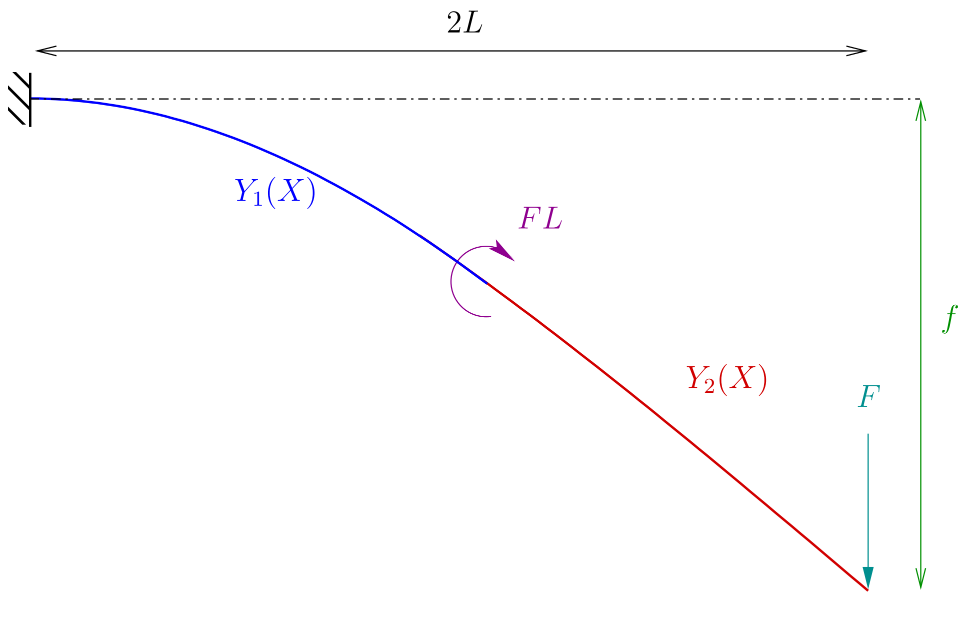
A-dimensionnons pour simplifier le tracé en posant :

$$X = \frac{x}{L}$$

$x \in [0; L] \quad \Longrightarrow \quad X \in [0 : 1]$	$x \in [L; 2L] \quad \Longrightarrow \quad X \in [1 : 2]$
$v(x) = \frac{FL^3}{6EI}\underbrace{\left(X^3 - 9X^2\right)}_{Y_1(X)}$	$v(x) = \frac{FL^3}{6EI}\underbrace{\left(X^3 - 6X^2 - 6X + 3\right)}_{Y_2(X)}$

Traçons ces 2 fonctions adimensionnées $Y_1(X)$ et $Y_2(X)$.





. . . . **[2]**

Un seul dessin suffisait mais il devait être clair, net et précis et réalisé à une échelle suffisamment grande. Certaines copies ont perdues des points uniquement ici.

La flèche maxi est :

$$f = \frac{25FL^3}{6EI} \approx 28.37 \text{ mm} \quad (\ll 2L)$$

. . . . **[2]**

Si vos calculs précédents sont faux mais que vous trouvez une flèche en $\frac{FL^3}{EI}$, vous gagnez **[0.75]**.
Il n'était pas demandé de comparer f à $2L$