UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Licence L2 PCGS
UE Complément Mécanique 1 - Résistance des Matériaux
CC _ 2021-2022 _ Durée : 1h30
Responsable : L. Blanchard
Eléments de correction

---

1) Les équations du **P.F.S.** (qui étaient à écrire à partir des notations de la FIG. 1) donnent : $Y = 5F = 25$ kN ; $C = 6FL = 12000$ N.m .... **[2]**

2) En réalisant les coupures (les dessins non effectués ici étaient à réaliser), on trouve :

$$\begin{array}{rcl} x \in [L:2L] & : & T(x) = -F \quad \text{et} \quad M\!\!M(x) = -F(2L-x) = F(x-2L) \\ x \in [0:L] & : & T(x) = -5F \quad \text{et} \quad M\!\!M(x) = F(x-2L) + 4F(x-L) = F(5x-6L) \end{array}$$

cf FIG. 1 .... **[5]**

3)

$$I = \frac{bh^3}{12} = 3600000 \text{ mm}^4$$

$$\sigma(x,y) = -\frac{M\!\!M(x)}{I}y \quad ; \quad \sigma_M = \frac{6FL}{I}\frac{h}{2} = 200 \text{ MPa}$$

Les points situés à $x = 0$ et $y = +\frac{h}{2}$ subissent cette contrainte maxi en traction.
Les points situés à $x = 0$ et $y = -\frac{h}{2}$ subissent cette contrainte maxi en compression.
La poutre reste dans le domaine élastique avec le coefficient de sécurité $250/200 = 1.25$. .... **[3]**

4) Pour trouver l'équation de la déformée de la poutre, on doit résoudre :

$x \in [0;L]$	$x \in [L;2L]$
$M\!\!M(x) = EIv''(x) = F(5x-6L)$	$M\!\!M(x) = EIv''(x) = F(x-2L)$
$EIv'(x) = F\left(5\frac{x^2}{2} - 6Lx + A\right)$	$EIv'(x) = F\left(\frac{x^2}{2} - 2Lx + D\right)$
$EIv(x) = F\left(5\frac{x^3}{6} - 6L\frac{x^2}{2} + Ax + B\right)$	$EIv(x) = F\left(\frac{x^3}{6} - 2L\frac{x^2}{2} + Dx + G\right)$

Conditions limites à respecter :

$v'(0) = 0$	
$v(0) = 0$	

$v'(x)$ continu en $x = L$
$v(x)$ continu en $x = L$

.... **[2]**

Exploitation :

$$\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ 5\frac{L^2}{2} - 6L^2 + A = \frac{L^2}{2} - 2L^2 + D \\ 5\frac{L^3}{6} - 6L\frac{L^2}{2} + AL + B = \frac{L^3}{6} - 2L\frac{L^2}{2} + DL + G \end{cases}$$

La 3ème équation donne :

$$4\frac{L^2}{2} - 4L^2 = D \quad \Longrightarrow \quad D = -2L^2$$

La 4ème équation donne :

$$4\frac{L^3}{6} - 4L\frac{L^2}{2} = DL + G \quad \Longrightarrow \quad G = L^3\left(\frac{2}{3} - 2 + 2\right) \quad \Longrightarrow \quad G = \frac{2}{3}L^3$$

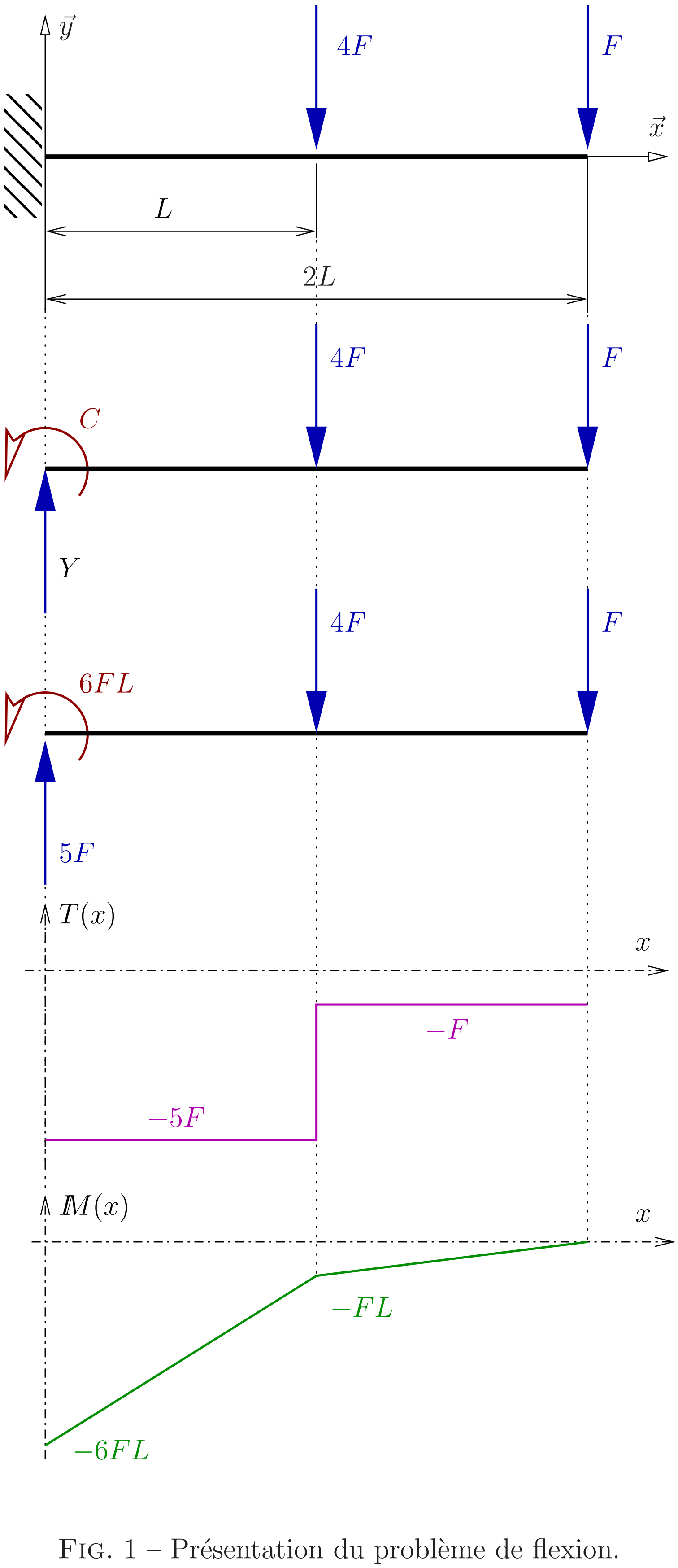

Fig. 1 – Présentation du problème de flexion.

. . . . **[3]**

On a alors :

$x \in [0; L]$	$x \in [L; 2L]$
$EIv(x) = F\left(5\frac{x^3}{6} - 6L\frac{x^2}{2}\right)$	$EIv(x) = F\left(\frac{x^3}{6} - 2L\frac{x^2}{2} - 2L^2x + \frac{2}{3}L^3\right)$
$EIv(x) = \frac{F}{6}\left(5x^3 - 18Lx^2\right)$	$EIv(x) = \frac{F}{6}\left(x^3 - 6Lx^2 - 12L^2x + 4L^3\right)$

. . . . **[1]**

Adimensionnons pour simplifier le tracé en posant :

$$X = \frac{x}{L}$$

$x \in [0; L] \quad \Longrightarrow \quad X \in [0:1]$	$x \in [L; 2L] \quad \Longrightarrow \quad X \in [1:2]$
$v(x) = \frac{FL^3}{6EI}\underbrace{\left(5X^3 - 18X^2\right)}_{Y_1(X)}$	$v(x) = \frac{FL^3}{6EI}\underbrace{\left(X^3 - 6X^2 - 12X + 4\right)}_{Y_2(X)}$

Traçons ces 2 fonctions adimensionnées $Y_1(X)$ et $Y_2(X)$.

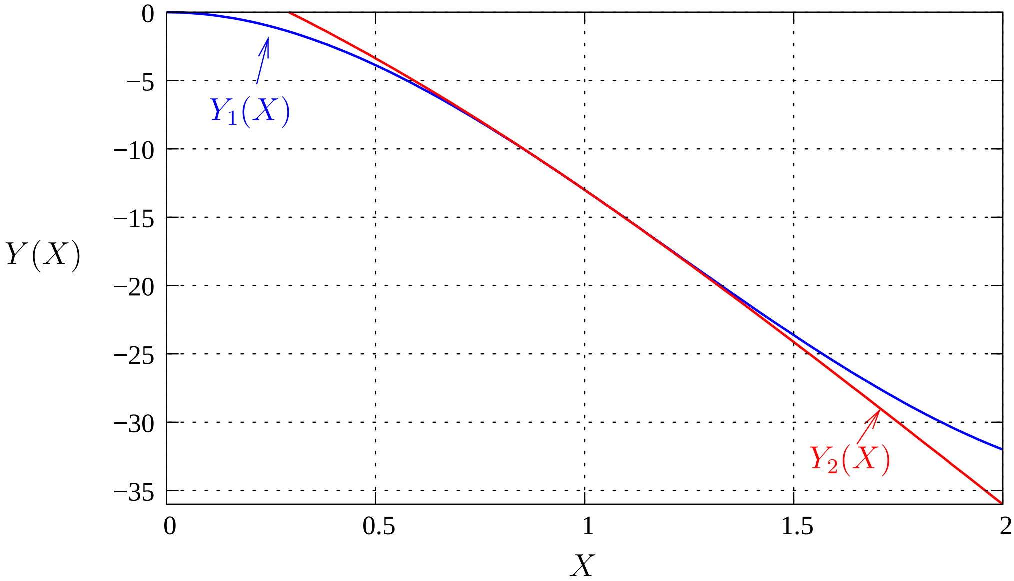

FIG. 2 – Allure de déformée amplifiée : fonction $Y_1(X)$ de $X \in [0:1]$ puis $Y_2(X)$ de $X \in [1:2]$.

. . . . **[2]**

On trouve $Y_2(2) = -36$ qui donne la flèche maxi :

$$f = 36\frac{FL^3}{6EI} = 6\frac{FL^3}{EI} = 7.215 \text{ mm } (\ll l)$$

. . . . **[2]**