

Il fallait écrire la somme des forces :

- à l'homme seul ;
- puis au système matériel constitué de l'homme et du gilet.



Le corps de l'homme a un volume V et une masse m .

Lorsque l'homme est sans gilet, son poids compense sa poussée d'Archimède :

$$mg = \rho(1 - 5\%)Vg \quad \Rightarrow \quad m = \rho(1 - 5\%)V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{\rho(1 - 5\%)} = 82.16 \text{ l}$$

On connaît donc **le volume du corps de l'homme $V = 82.16 \text{ l}$** .

L'homme enfle le gilet. Le poids de l'homme et du gilet compense la poussée d'Archimède subit par l'homme et le gilet.

$$(m + m')g = P_A \quad \Rightarrow \quad P_A = 791 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_A}{g} = m + m' = 80.665 \text{ kg}$$

où cette nouvelle poussée d'Archimède provient d'un volume V_0 d'eau de mer déplacé par l'homme et le gilet :

$$P_A = \rho V_0 g \quad \Rightarrow \quad V_0 = \frac{P_A}{\rho g} = 78.70 \text{ l}$$

L'homme et le gilet ont un volume global $(V + V') = 90.96 \text{ l}$ et $V_0 = 78.70 \text{ l}$ de ce volume (soit 86.5 %) est sous l'eau. Il y a donc **13.5 % de l'homme et du gilet hors de l'eau** mais l'on ne peut pas affirmer quel % (du volume) de l'homme uniquement.

- Si tout le gilet (de volume $V' = 8.8 \text{ l}$) est immergé : $V_0 = 78.70 \text{ l} = 69.9 + 8.8 \text{ l}$; le volume de l'homme immergé est 69.9 l soit $1 - 69.9/82.16 = 14.9 \%$ de son volume hors de l'eau.
- Si aucune partie du gilet est immergé (l'homme tiendrait à bout de bras au dessus de l'eau le gilet ... ce qui paraît peu probable voire absurde) : le volume de l'homme immergé est V_0 soit $1 - 78.70/82.16 = 4.2 \%$ de son volume hors de l'eau ($< 5 \%$ d'où l'absurdité de ce cas).

On peut seulement affirmer que **le pourcentage du volume de l'homme hors de l'eau est compris entre [4.2 % ; 14.9 %] voire plus logiquement [5 % ; 14.9 %]**.

Un gilet de sauvetage bien conçu doit être, si possible, complètement immergé ce qui permettra d'augmenter le volume du corps de l'homme hors de l'eau de 5 % à plus de 14 % du volume total du corps de l'homme.

Remarque pour expliquer un raisonnement absurde :

Si l'homme a toujours 5 % du volume de son corps hors de l'eau lorsqu'il a enfilé le gilet (autant ne pas l'avoir enfilé car il n'a rien gagné!), on aurait alors :

- un volume du corps de l'homme immergé de $0.95V = 0.95 * 82.16 \text{ l} = 78.05 \text{ l} \dots$
- ...ce qui ferait $V_0 - 0.95V = 78.70 - 78.05 \text{ l} = 0.6488 \text{ l}$ de volume de gilet immergé soit seulement $0.6488/8.8 = 7.4 \%$ de volume de gilet immergé, soit 92.6 % de volume de gilet hors de l'eau

Remarque pour expliquer un raisonnement d'étudiant ayant transformé mon texte :

L'homme seul a 100% de son volume V sous l'eau :

$$mg = \rho V g \implies V = \frac{m}{\rho} = 78.05 \text{ l}$$

Si l'ensemble "homme+gilet" a 5% de son volume hors de l'eau alors :

$$(m + m')g = \rho 0.95(V + V')g \implies m + m' = 0.95\rho(V + V')$$

On calcule $m + m' = 80 + 0.665 = 80.665 \text{ kg}$;

soit $V + V' = 82.84 \text{ l}$:

et $V = 82.84 - 8.8 = 74.04 \text{ l}$.

Réflexion avant d'effectuer des calculs :

L'homme seul possède un certain poids et flotte en ayant un certain volume hors de l'eau.

L'ensemble "homme+gilet" possède un poids supérieur au précédent et flotte en ayant un volume hors de l'eau supérieur au précédent.