La poussée d'Archimède subie par le densimètre compense son poids :

$$P_A = Mg \quad \text{où} \quad P_A = \rho V g = \rho S h g = \rho \frac{\pi d^2}{4} h g \quad \Longrightarrow \quad \rho \frac{\pi d^2}{4} h = M$$

Les données pour l'eau permettent d'obtenir la masse M du densimètre :

$$M = \rho_0 \frac{\pi d^2}{4} h_0$$

Et on obtient l'égalité pour le liquide inconnu :

$$\rho \frac{\pi d^2}{4} h = \rho_0 \frac{\pi d^2}{4} h_0 \quad \Longrightarrow \quad \rho h = \rho_0 h_0 \quad \Longrightarrow \quad \rho = \rho_0 \frac{h_0}{h} = 800 \text{ kg.m}^{-3}$$

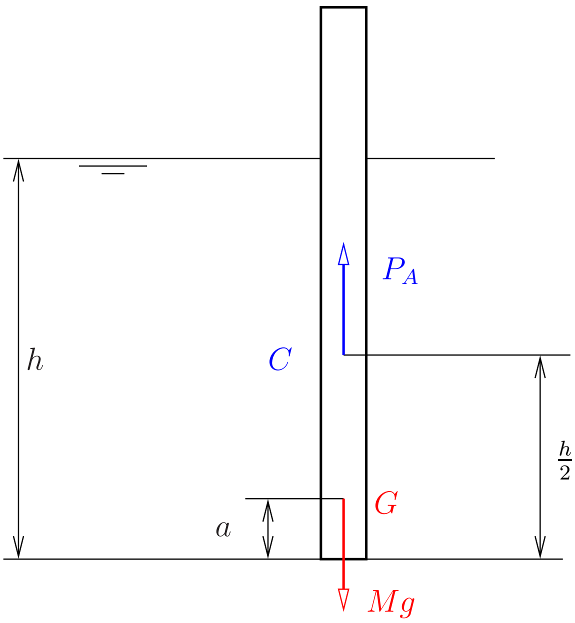
Lorsque le densimètre est totalement immergé $h = L$ et :

$$\rho_{min} = \rho_0 \frac{h_0}{L} = 500 \text{ kg.m}^{-3}$$

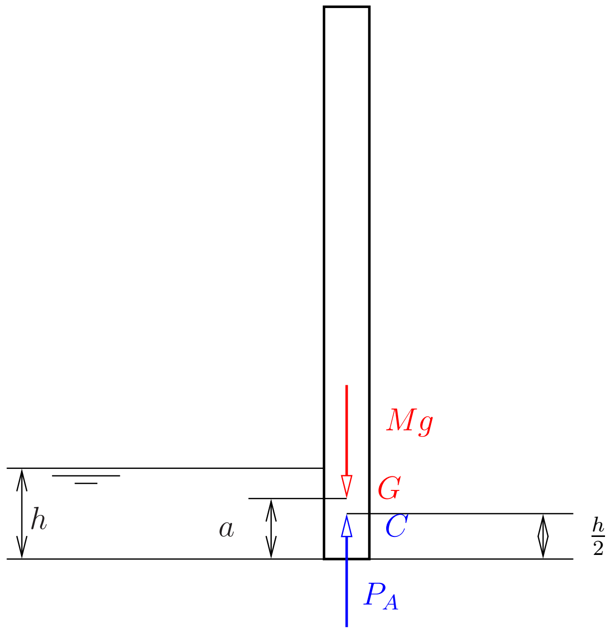
Si le densimètre est immergé de telle manière à ce que le centre de poussée soit confondu avec G, le densité sera à la limite de la stabilité et dans ce cas la hauteur immergée sera $2a$.

$$\rho_{Max} = \rho_0 \frac{h_0}{2a} = 10000 \text{ kg.m}^{-3}$$

Si la masse volumique du fluide est inférieure à 10000 kg.m^{-3}, le densimètre sera immergé avec $h > 2a$ et le centre de poussé C sera au dessus de G et le densimètre sera stable.



Si la masse volumique du fluide est supérieure à 10000 kg.m^{-3}, le densimètre sera immergé avec $h < 2a$ et le centre de poussé C sera au dessous de G et le densimètre pourra être instable.



On pouvait éventuellement tracer des courbes permettant de comprendre ou visualiser les résultats.

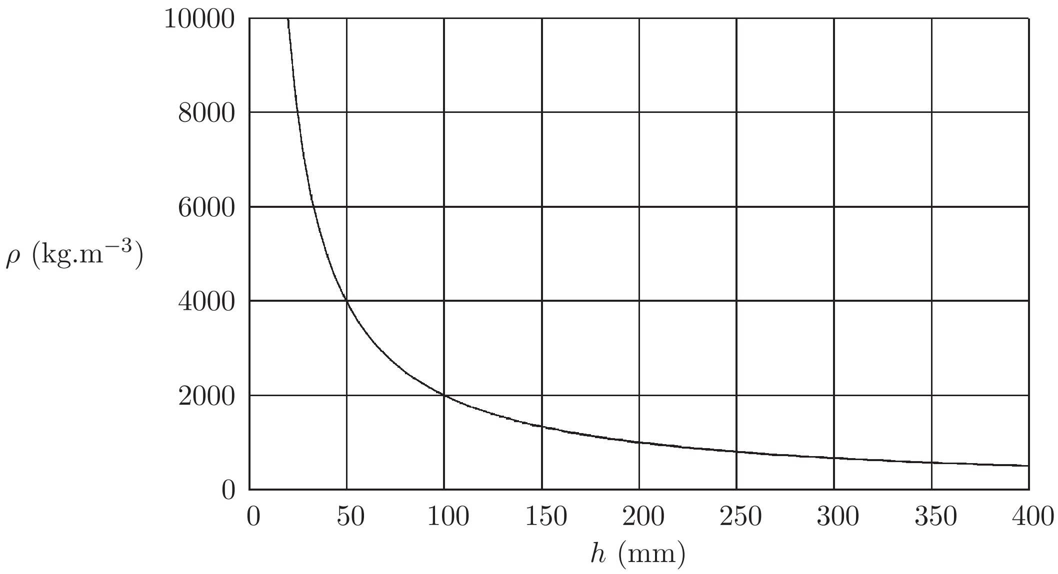


Fig. 1 – Evolution de la masse volumique du fluide ρ en fonction de la hauteur immergée h.

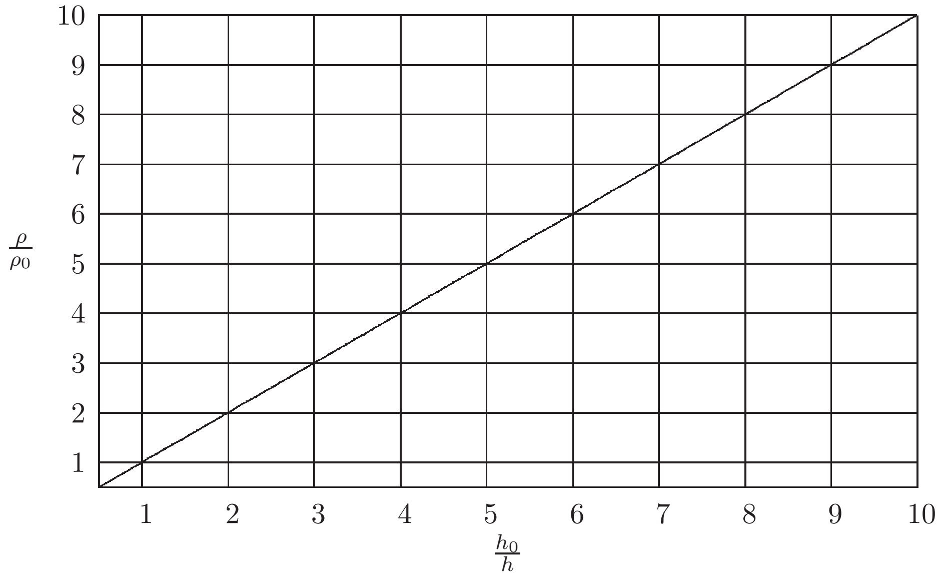


Fig. 2 – Evolution de la densité du fluide $\frac{\rho}{\rho_0}$ en fonction du rapport de hauteur immergée $\frac{h_0}{h}$ ($\frac{h_0}{L} = 0.5$ et $\frac{h_0}{2a} = 10$).