UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Licence L2 - Majeure - Mécanique des Fluides
$1^{\text{ère}}$ session 2021-2022 _ Durée : 2h00
Responsable : L. Blanchard
Documents interdits _ Calculatrice autorisée

Exercice n°1 - Britten-Norman [12.5 pts]

1) Pour $v = 245$ km/h

h (km)	$\nu(.10^{-4}$ m^2/s)	Les ailes $c_1 = 1.9$ m.	L'empennage arrière $c_2 = 1.35$ m.
0	0.150	$\mathcal{R} = 8.62\ .10^6$	$\mathcal{R} = 6.12\ .10^6$
4	0.207	$\mathcal{R} = 6.25\ .10^6$	$\mathcal{R} = 4.44\ .10^6$

.... **[1.5]**

2) Pour que l'avion reste à altitude constante, il faut que le poids soit compensé par la portance des ailes uniquement (d'après l'hypothèse) soit :

$$mg = \frac{1}{2}\rho v^2 S_1 C_z \quad \Longrightarrow \quad C_z = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho v^2 c_1 L_1}$$

$$\Longrightarrow \left\{ \begin{array}{lcll} C_z & = & 0.4234 & \text{pour } v = 245 \text{ km/h à } h = 0 \text{ km} \\ C_z & = & 0.6292 & \text{pour } v = 245 \text{ km/h à } h = 4 \text{ km} \end{array} \right.$$

.... **[1.75]**

Sans considérer les efforts sur l'empennage arrière et sans utiliser les volets présents sur les ailes, si l'on souhaite voler à $v = 245$ km/h à $h = 0$ km (respectivement $h = 4$ km) d'altitude, il faudrait que $C_z = 0.4234$ (respectivement $C_z = 0.6292$) ce qui est possible si l'angle de calage des ailes était $\alpha = 2.5°$ (respectivement $\alpha \approx 4.5°$). .... **[0.75]**

Bien sur l'angle de calage des ailes sur le fuselage est fixé une fois pour toute et ne varie pas. C'est l'inclinaison des volets sur les ailes qui peut varier pour changer C_z.

3) Pour $\alpha = 4°$ on a $C_z \approx 0.56$ quelque soit $\mathcal{R}$ et $C_{x1} \approx 0.0054$ (pour les ailes où $\mathcal{R} \approx 6\ .\ 10^6$) et $C_{x2} \approx 0.0060$ (pour l'empennage arrière où $\mathcal{R} \approx 4\ .\ 10^6$). .... **[1]**

La vitesse qui permet de ne pas utiliser les volets sur les ailes ($S_1 = c_1 L_1$) et l'empennage arrière ($S_2 = c_2 L_2$) est :

$$mg = \frac{1}{2}\rho v^2 (S_1 C_{z1} + S_2 C_{z2}) \approx \frac{1}{2}\rho v^2 (S_1 + S_2) C_z \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2mg}{\rho (S_1 + S_2) C_z}} = 65.45 \text{ m.s}^{-1} = 236 \text{ km.h}^{-1}$$

.... **[1]**

soit un peu moins que la vitesse de croisière ce qui ne change donc pas énormément $\mathcal{R}$.

h (km)	$\nu\ .10^{-4}$ m^2/s	Les ailes $c_1 = 1.9$ m.	L'empennage arrière $c_2 = 1.4$ m.
4	0.207	$\mathcal{R} = 6.00\ .10^6$	$\mathcal{R} = 4.27\ .10^6$

Les précédents coefficients de trainée et de portance ne sont pas à réévaluer.

La trainée provient du fuselage T_f, des ailes T_1 et de l'empennage arrière T_2 :

$$\begin{array}{lcl} T_f & = & \frac{1}{2}\rho v^2 S_f C_{xf} = 632 \text{ N} \\ T_1 & = & \frac{1}{2}\rho v^2 S_1 C_{x1} = 232 \text{ N} \\ T_2 & = & \frac{1}{2}\rho v^2 S_2 C_{x2} = 55 \text{ N} \\ A & = & T_f + T_1 + T_2 = 920 \text{ N} \end{array}$$

La puissance perdue par cette trainée est $Av = 60.23$ kW (où A est la traction de l'hélice) qui correspond à 31.6 % de la puissance maxi d'un seul moteur. .... **[2.5]**

4) L'équation des moments en G fournit :

$$P_2 b - P_1 a - T_1 e - T_2 d - T_3(c+d) = 0 \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{P_2 b - T_1 e - T_2 d - T_3(c+d)}{P_1} = 493 \text{ mm}$$

.... **[1.5]**

L'équation de la résultante donne :

$$P = P_1 + P_2 = 28500 \text{ N}$$

.... **[0.5]**

et

$$A = T_1 + T_2 + T_3 + T_f = 1100 \text{ N}$$

.... **[0.5]**

Avec $g = 9.7974$ m.s^{-2}, la masse de l'avion est 2909 kg. .... **[0.5]**

Et l'on a :

$$\eta 2\mathcal{P}_m = Av \quad \Longrightarrow \quad v = \frac{2\,\eta\,\mathcal{P}_m}{A} = 61.8 \text{ m.s}^{-1} = 222.5 \text{ km.h}^{-1}$$

.... **[1]**

Exercice n°2 - Pitot [7.5 pts]

1)

2) Conservation de la masse entre la section 1 et la section 5 : $q_v = v_1 S_1 = v_5 S_5$
avec $S_1 \approx S_5 \quad \Longrightarrow \quad v_5 = v_1$
Bernoulli 1-2 (2 : point d'arrêt) : $p_1 + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_2$
Bernoulli 1'-5 : $p_1' + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_5 + \frac{1}{2}\rho v^2 \quad \Longrightarrow \quad p_1' = p_5$
Points 1 et 1' voisins : $p_1 = p_1'$
Points 5 et 6 voisins : $p_5 = p_6$
Statique 2-3 (2 : point à l'intérieur du tube de Pitot) : $p_2 = p_3$
Statique 6-4 : $p_6 = p_4$
Statique 3-4 : $p_3 = p_4 + \rho' g h$
Donc : $p_1 + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_1 + \rho' g h \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{2}\rho v^2 = \rho' g h \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{2\frac{\rho'}{\rho} g h} = 18.88$ m/s $= 68$ km/h
.... **[5+1]**

3) On part de la relation :

$$v = \sqrt{2\frac{\rho'}{\rho} g h} = \left(2\frac{\rho'}{\rho} g h\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\ln v = \frac{1}{2}\left(\ln 2 + \ln \rho' - \ln \rho + \ln g + \ln h\right)$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta \rho'}{\rho'} + \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta h}{h}\right)$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2}\left(0.51\% + 3.23\% + 0.20\% + 4.35\%\right) = 4.14\%$$

$$\Delta v = \pm 0.78 \text{ m/s}$$

La vitesse maxi est donc 19.67 m/s et la mini est 18.10 m/s.

On peut également effectué les 2 applications numériques :

$$v_M = \sqrt{2\frac{\rho'_M}{\rho_m} g_M h_M} = 19.68 \text{ m/s} \qquad ; \qquad v_m = \sqrt{2\frac{\rho'_m}{\rho_M} g_m h_m} = 18.11 \text{ m/s}$$

qui donnent quasiment les mêmes valeurs. .... **[1.5]**