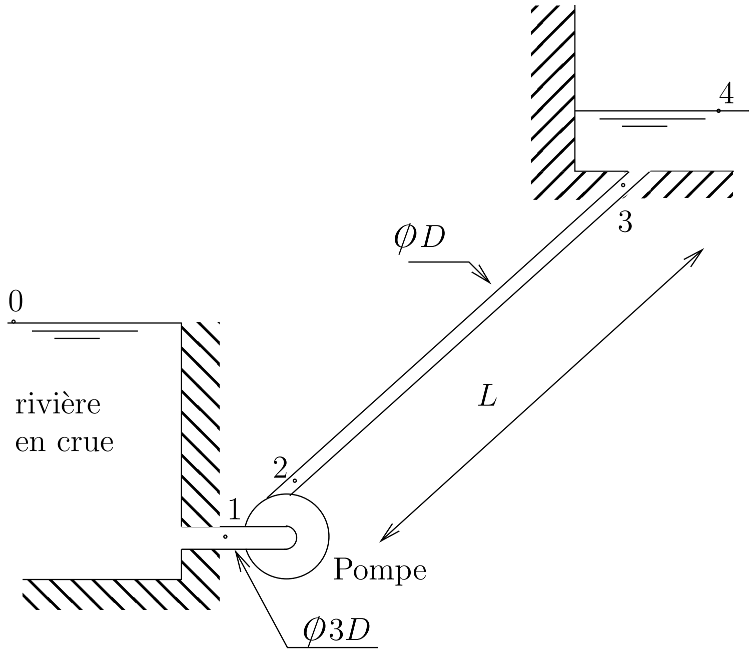
Exercice n°1 – Pompage : 10 pts



1) La conservation du débit donne :

$$q_v = S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \Longrightarrow \quad (3D)^2 v_1 = D^2 v_2 \quad \Longrightarrow \quad v_2 = 9v_1 = v$$

Les équations de Bernoulli généralisées s'écrivent :

$$\begin{aligned}
X_4 &= X_3 - \Delta X_{ss} \quad \text{où} \quad \Delta X_{ss} = K_s \frac{\rho v^2}{2} \\
X_3 &= X_2 - \Delta X_r \quad \text{où} \quad \Delta X_r = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2} \\
X_2 &= X_1 + \Delta X_i \\
X_1 &= X_0 - \Delta X_{se} \quad \text{où} \quad \Delta X_{se} = K_e \frac{\rho {v_1}^2}{2} = K_e \frac{\rho v^2}{2 * 81}
\end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned}
X_4 &= X_0 + \Delta X_i - \left(\frac{K_e}{81} + K_s + \lambda \frac{L}{D} \right) \frac{\rho v^2}{2} \\
\Longrightarrow \quad p_a + \rho g z_4 &= p_a + \rho g z_0 + \Delta X_i - \left(\frac{K_e}{81} + K_s + \lambda \frac{L}{D} \right) \frac{\rho v^2}{2} \\
\Longrightarrow \quad \Delta X_i &= \rho g (z_4 - z_0) + \left(\frac{K_e}{81} + K_s + \lambda \frac{L}{D} \right) \frac{\rho v^2}{2} \quad \Longrightarrow \quad v^2 = \frac{2\left[\Delta X_i - \rho g (z_4 - z_0)\right]}{\rho \left(\frac{K_e}{81} + K_s + \lambda \frac{L}{D} \right)}
\end{aligned}$$

.... **[3]**

Si la vitesse est quasi-nulle, les pertes ne sont pas prise en compte et l'énergie volumique fournie par la pompe sert à augmenter l'énergie volumique potentielle de pesanteur du fluide : .... **[1]**

$$\Delta X_i = \rho g (z_4 - z_0) = 1.962 \text{ MJ.m}^{-3}$$

2) On a $\Delta X_i = 2.4$ MJ.m^{-3}.
On a la rugosité relative $\frac{\epsilon}{D} = 5\,.10^{-3}$.
Le diagramme de Moody donne $\lambda \in [0.03 : 0.055]$ pour un régime turbulent.
Choisissons arbitrairement λ dans cette plage puis calculons la vitesse :

$$v = \sqrt{\frac{2\left[\Delta X_i - \rho g(z_4 - z_0)\right]}{\rho\left(\frac{K_e}{81} + K_s + \lambda\frac{L}{D}\right)}}$$

puis le nombre de Reynolds :

$$\mathcal{R} = \frac{vD}{\nu}$$

et déterminons λ grace au diagramme de Moody puis renouvelons le calcul par itérations successives :

λ	v (m/s)	$\mathcal{R}$	λ
Différentes possibilités de départ			
0.030	0.289	$5.77\,.10^4$	0.0320
0.040	0.250	$5.00\,.10^4$	0.0325
0.050	0.224	$4.47\,.10^4$	0.0330
Différentes possibilités de seconde itération			
0.032	0.280	$5.59\,.10^4$	0.0320
0.0325	0.277	$5.55\,.10^4$	0.0320
0.033	0.275	$5.51\,.10^4$	0.0320

.... **[3]**
Le débit volumique est alors $q_v = 8.79$ l.s^{-1} .... **[0.5]**
Ce qui donne une puissance fournie par la pompe à l'eau $\mathcal{P}_n = q_v \Delta X_i = 21$ kW.
La puissance qui est fournie à la pompe est supérieure du fait de son rendement et vaut $\frac{1}{\eta}\mathcal{P}_n = 30$ kW .... **[0.5]**
L'énergie consommée par la pompe en 1 heure serait alors environ 30 kW.h soit 108 MJ.
Le coût d'une heure d'utilisation est de 4.47 € soit 107 € pour toute une journée. .... **[0.5]**
N.B. : *Ceci ne comprend pas le coût de l'installation des 70 km de tuyau !*
La pression en 2 est déterminée par :

$$\begin{aligned}
X_2 &= X_0 - \Delta X_{se} + \Delta X_i \\
p_2 + \rho g z_2 + \rho\frac{v^2}{2} &= p_0 + \rho g z_0 - \Delta X_{se} + \Delta X_i \\
p_2 - p_0 &= \rho g(z_0 - z_2) - \rho\frac{v^2}{2} - \Delta X_{se} + \Delta X_i \\
p_{e2} &= \underbrace{\rho g(z_0 - z_2)}_{49050 \text{ Pa}} - \underbrace{\rho\frac{v^2}{2}}_{39 \text{ Pa}} - \underbrace{K_e\rho\frac{v^2}{2*81}}_{0.2 \text{ Pa}} + \underbrace{\Delta X_i}_{2400000 \text{ Pa}} \\
p_{e2} &= 2449 \text{ kPa} = 24.49 \text{ bar}
\end{aligned}$$

.... **[1.5]**

Exercice n°2 _ Profil 10 pts

1)

$$\mathcal{R} = \frac{V_\infty c}{\nu} \quad \Longrightarrow \quad V_\infty = \frac{\mathcal{R}\nu}{c} = 12.5 \text{ m.s}^{-1} \text{ et } 18.75 \text{ m.s}^{-1}$$

soit 45 et 67.5 km/h. .... **[1]**

2) Bernoulli sur ligne de courant (cf TD) donne la pression effective au point d'arrêt :

$$p_{Ar} = \frac{1}{2}\rho {V_\infty}^2 \approx 96.9 \text{ Pa et } 218 \text{ Pa}$$

.... **[1.5]**

3)

$$\begin{array}{rcl}
\mathcal{R} = 10^5 & \text{et} & \mathcal{R} = 1.5\,10^5 \\
C_x = 0.04231 & \text{et} & 0.03055 \\
C_z = 1.1270 & \text{et} & 1.233 \\
\dfrac{T}{L} = \dfrac{1}{2}\rho c C_x {V_\infty}^2 = 0.4919 \text{ N.m}^{-1} & \text{et} & 0.7978 \text{ N.m}^{-1} \\
\dfrac{P}{L} = \dfrac{1}{2}\rho c C_z {V_\infty}^2 = 13.10 \text{ N.m}^{-1} & \text{et} & 32.25 \text{ N.m}^{-1} \\
\text{finesse : } \dfrac{P}{T} = \dfrac{C_z}{C_x} = 26.64 = \tan(87.85°) & \text{et} & 40.43 = \tan(88.58°)
\end{array}$$

.... **[2]**

4) Sur la Fig. 3 et sur la Fig. 2, la position du point d'arrêt (à pression maxi) A et du point à pression mini D (à dépression maximale).
En A la pression effective est $p_{Ar} = 96.9$ Pa ;
En D le coefficient de pression est $C_p \approx -2.28$ soit une pression effective $p_D = -221$ Pa.
Cette question était mal écrite !? Non ! Lisez la bien ! Une poignée d'étudiants a su la lire ! .... **[1]**

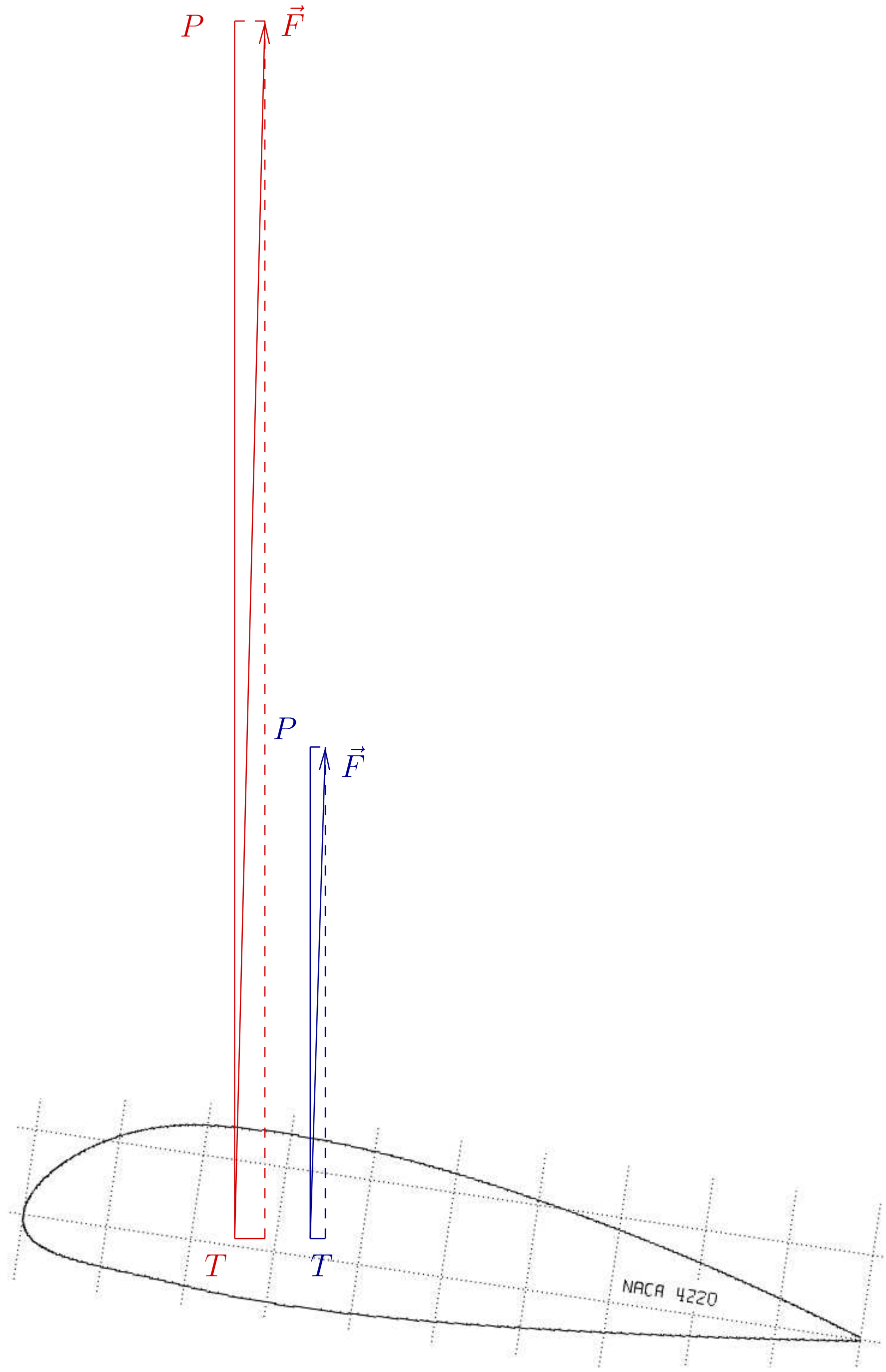


FIG. 1 – Vecteur force $\vec{F}$ exercé sur le profil NACA 4220 en incidence de $8.5°$: 10 mm $\equiv$ 2 $N.m^{-1}$ **[2.5]**

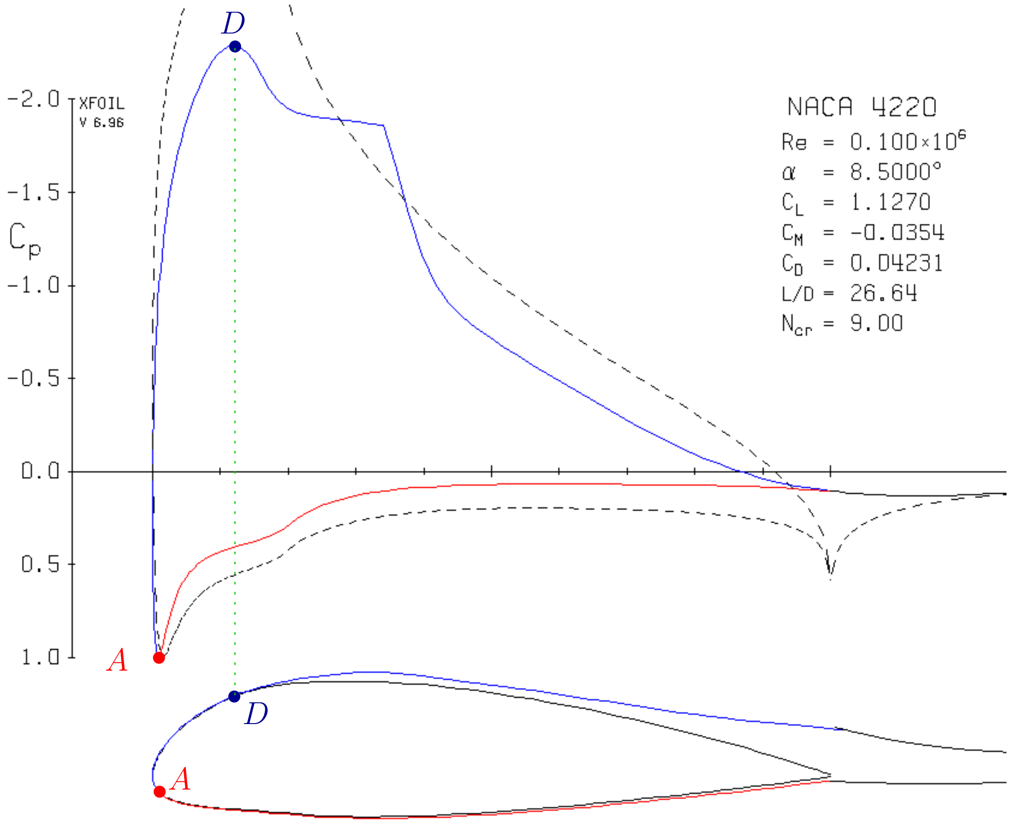


FIG. 2 – Evolution du coefficient de pression C_p pour le profil NACA 4220, pour le nombre de Reynolds $\mathcal{R} = 10^5$ et pour l'incidence $\alpha = 8.5°$. . . . . **[1]**

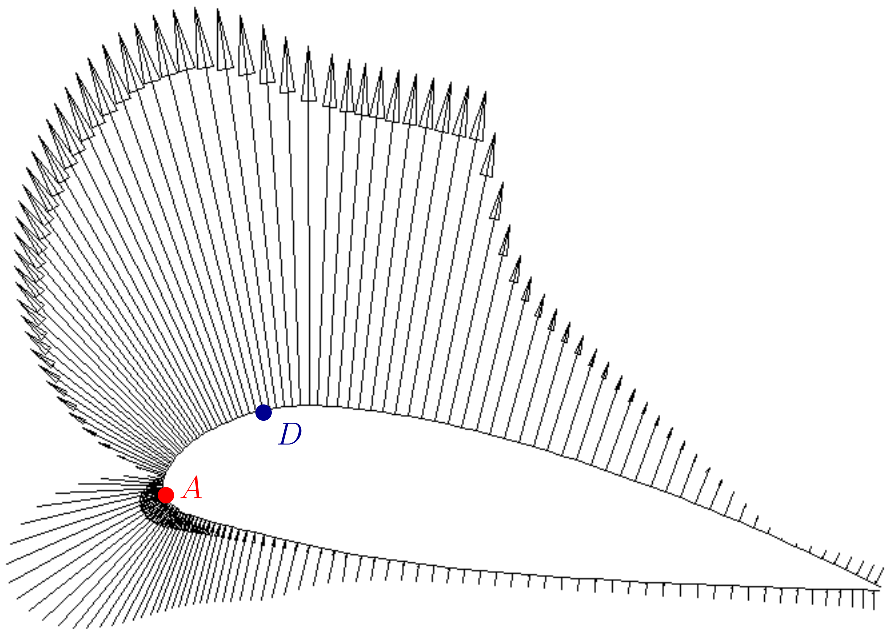


FIG. 3 – Représentation de le force répartie de pression du fluide sur le profil NACA 4220, pour le nombre de Reynolds $\mathcal{R} = 10^5$ et pour l'incidence $\alpha = 8.5°$. . . . . **[1]**