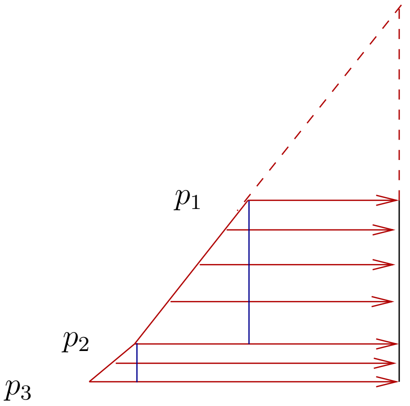
Exercice n°1 – Réservoir - 10 pts

Les pressions ci-dessous sont effectives.

1) notons : $d = a - c$

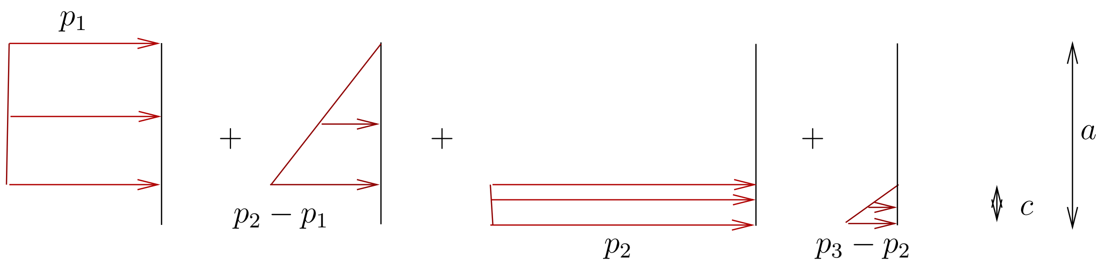
$p_2 = \rho' g h' \approx 15.32$ kPa ; $p_1 = \rho' g(h' - d) \approx 11.84$ kPa ; $p_3 = p_2 + \rho g c \approx 18.41$ kPa . . . **[1.5]**

2)

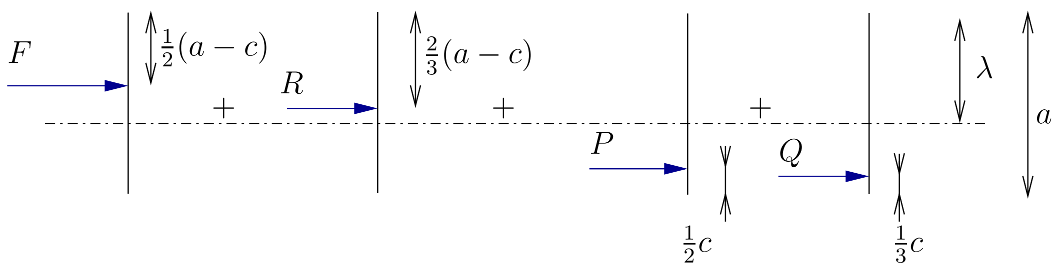


répartition de force effective...

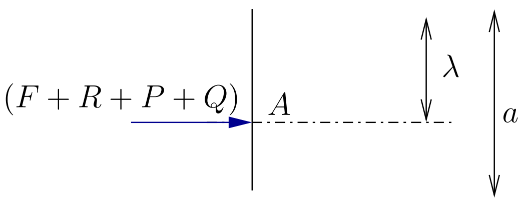
$\equiv$ qui équivaut au niveau de l'action globale à ...



$\equiv$ qui équivaut au niveau de l'action globale à ...



$\equiv$ qui équivaut au niveau de l'action globale à ...



. . . . **[1]**

3) avec :

$$F = p_1(a-c)b = 10657 \text{ N} \qquad R = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(a-c)b = 1567 \text{ N}$$
$$P = p_2 cb = 8275 \text{ N} \qquad Q = \frac{1}{2}(p_3 - p_2)cb = 834 \text{ N}$$

soit une force globale de $F + R + P + Q = 21333$ N .... **[4]**

4) On cherche la distance λ positionnant le point noté A telle que le moment en ce point A de l'ensemble des 4 forces précédentes soit nul, soit l'équation à vérifier :

$$-F(\lambda - \frac{1}{2}(a-c)) - R(\lambda - \frac{2}{3}(a-c)) + P(a - \frac{1}{2}c - \lambda) + Q(a - \frac{1}{3}c - \lambda) = 0$$
$$\lambda = \frac{1}{(F+R+P+Q)}\left[\frac{F}{2}(a-c) + \frac{2R}{3}(a-c) + P(a - \frac{c}{2}) + Q(a - \frac{c}{3})\right] \approx 0.429 \text{ m}$$

.... **[3.5]**

Exercice n°2 _ Alimentation d'un evier - 10 pts

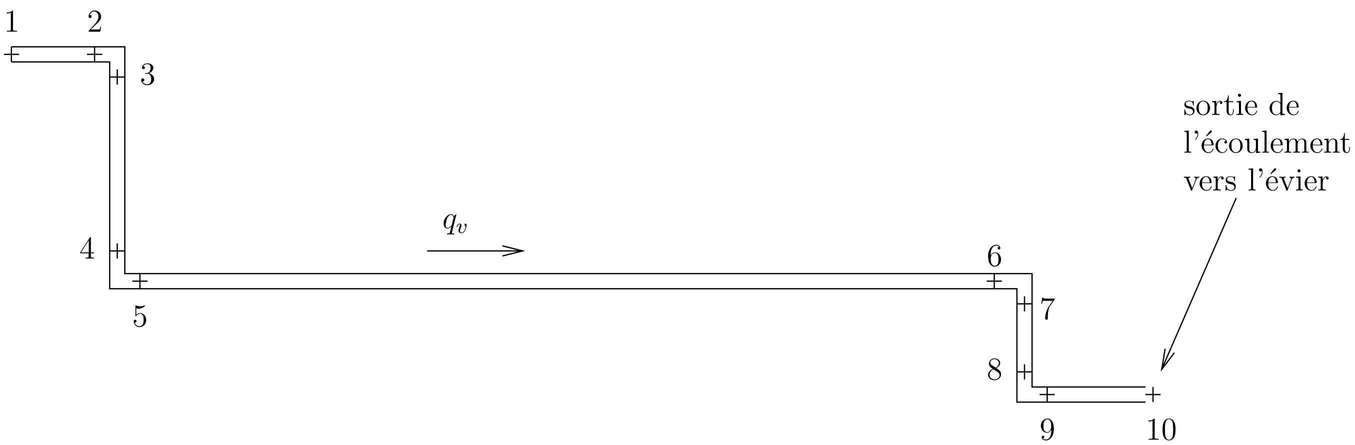


FIG. 1 – Développé de la tuyauterie qui n'est pas située dans le même plan - la pesanteur ne peut pas être précisée sur ce dessin.

1) $q_v = Sv = \frac{\pi d^2}{4} v \quad \Longrightarrow \quad v = 1.06 \text{ m.s}^{-1} \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{R} = \frac{vd}{\nu} = 10610$ .... **[0.5]**

2)

$$\lambda = (100\mathcal{R})^{-\frac{1}{4}} = 31.16\ 10^{-3}$$

.... **[0.5]**

3) Bernoulli sur le tube de courant donne :

$$\begin{aligned}
X_2 &= X_1 - \Delta X_r \\
X_3 &= X_2 - \Delta X_{sc} \\
X_4 &= X_3 - 2\Delta X_r \\
X_5 &= X_4 - \Delta X_{sc} \\
X_6 &= X_5 - 8\Delta X_r \\
X_7 &= X_6 - \Delta X_{sc} \\
X_8 &= X_7 - \Delta X_r \\
X_9 &= X_8 - \Delta X_{sc} \\
X_{10} &= X_9 - \Delta X_r
\end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned}
X_{10} &= X_1 - 13\Delta X_r - 4\Delta X_{sc} \\
p_a + \rho g h_{10} + \frac{1}{2}\rho v^2 &= p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v^2 - 13\Delta X_r - 4\Delta X_{sc} \\
p_{e1} = p_1 - p_a &= \rho g (h_{10} - h_1) + 13\Delta X_r + 4\Delta X_{sc}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho g(h_{10} - h_1) &= 11772 \text{ Pa} & & \\
\Delta X_r = \lambda \frac{L}{d}\rho\frac{v^2}{2} &= 1754 \text{ Pa} & \Longrightarrow \quad & 13\Delta X_r = 22800 \text{ Pa} \\
\Delta X_{sc} = K\rho\frac{v^2}{2} &= 141 \text{ Pa} & \Longrightarrow \quad & 4\Delta X_{sc} = 563 \text{ Pa} \\
\Longrightarrow \quad p_{e1} &= 35135 \text{ Pa} & &
\end{aligned}$$

.... **[4.5]**

4) L'équation de Bernoulli est toujours valable mais les pertes sont inconnues car fonction de la vitesse v qui elle même est inconnue. Le coefficient de perte de charge régulière est également fonction de la vitesse v.

$$\begin{aligned}
p_{e1} &= \rho g(h_{10} - h_1) + 13\Delta X_r + 4\Delta X_{sc} \\
p_{e1} &= \rho g(h_{10} - h_1) + 13\lambda\frac{L}{d}\rho\frac{v^2}{2} + 4K\rho\frac{v^2}{2} \\
p_{e1} - \rho g(h_{10} - h_1) &= \left(13\lambda\frac{L}{d} + 4K\right)\rho\frac{v^2}{2}
\end{aligned}$$

Le diamètre d étant plus élevé, la perte régulière va diminuer, la vitesse et le nombre de Reynolds vont augmenter et le coefficient λ va diminuer. Nous devons procéder par itérations.

λ	v (m.s^{-1})	$\mathcal{R}$	λ	erreur sur λ
0.031	1.360	21764	0.0260	-19 %
0.026	1.480	23678	0.02549	-2 %
0.02549	1.494	23903	0.02543	-0.23 %

On a alors le débit $q_v = \pi\frac{d^2}{4}v = 0.30 \text{ l.s}^{-1} = 18.02 \text{ l.mn}^{-1}$ soit 3.6 fois plus. .... **[4.5]**

<u>N.B. non demandé</u>

Si les applications avaient été faites avec $d = 12$ mm, on aurait :

λ	v (m.s^{-1})	$\mathcal{R}$	λ	erreur sur λ
0.031	1.184	14204	0.02897	-7 %
0.02897	1.223	14678	0.02873	-0.8 %
0.02873	1.228	14738	0.02870	-0.1 %

On a alors le débit $q_v = \pi\frac{d^2}{4}v = 0.139 \text{ l.s}^{-1} = 8.33 \text{ l.mn}^{-1}$ soit 1.67 fois plus ou 66 % de plus de débit.