

On donne pour tous les exercices :

- l'accélération de la pesanteur :  $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$  ;
- la pression atmosphérique :  $p_a = 1.013 \text{ bar} = 101.3 \text{ kPa}$ .

*Des points seront attribués à l'écriture de vos hypothèses, à la provenance de vos équations et la justification de vos simplifications.*

**Exercice n°1 \_ Ecoulement : 8.5 pts**

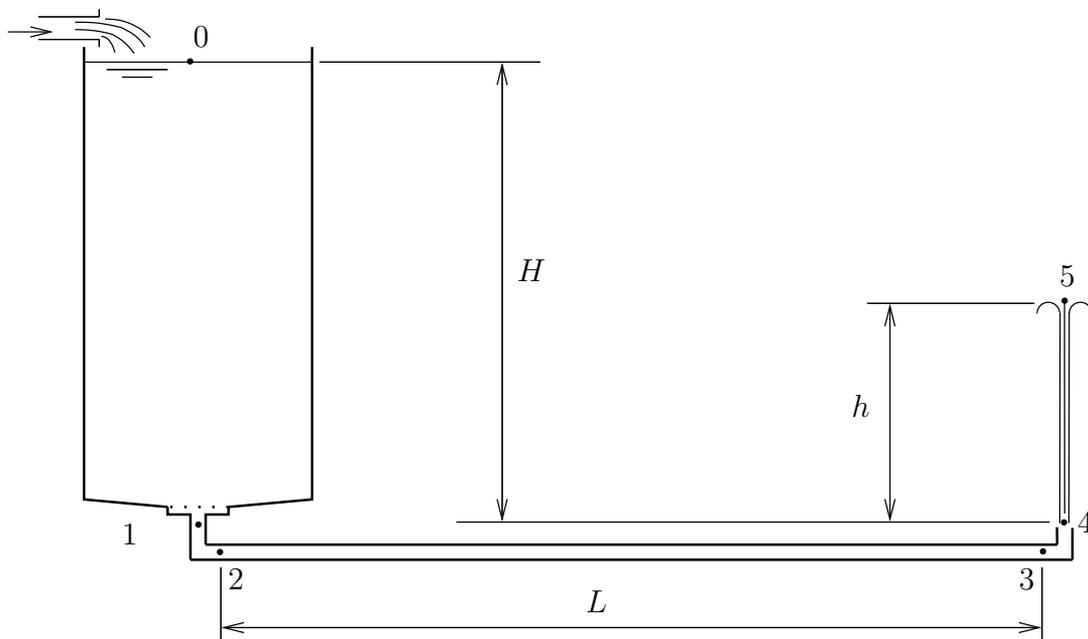
Une conduite d'eau est alimentée par un réservoir où la surface libre, qui est à la pression atmosphérique  $p_a$ , reste à une altitude constante ( $z_0 = \text{Cste}$ ).

On notera  $z_i$  les altitudes des différents points du circuit,  $H = z_0 - z_4 = 30 \text{ m}$  et  $h = z_5 - z_4$  la hauteur du jet en sortie de conduite (cf figure).

Le circuit alimentant ce jet d'eau est constitué d'un tuyau de diamètre intérieur  $D = 4 \text{ cm}$  et comprend dans l'ordre de l'écoulement :

- d'une entrée de conduite munie d'une crépine (filtre) de coefficient de perte de charge singulière  $K_f = 3$  ;
- puis d'un coude à  $90^\circ$  de coefficient de perte de charge singulière  $K_c = 0.7$  ;
- puis d'une conduite rectiligne horizontale de rugosité absolue  $\varepsilon = 0.005 \text{ mm}$  et de longueur  $L = 100 \text{ m}$  ;
- en enfin d'un autre coude à  $90^\circ$  de même coefficient de perte de charge singulière  $K_c = 0.7$  qui débouche directement à l'air libre qui est à la pression atmosphérique  $p_a$  : l'eau sort alors verticalement vers le haut.

Certains points du circuit se situent quasiment à la même altitude soit :  $z_1 = z_2 = z_3 = z_4$ .



On rappelle que le coefficient de perte de charge régulière  $\lambda$  peut être évalué par l'une des équations suivantes suivant la valeur du nombre de Reynolds  $\mathcal{R}$  :

- si  $\mathcal{R} < 2000 \implies \lambda = \frac{64}{\mathcal{R}}$  (Hagen-Poiseuille [1799-1869]) ;
- si  $2000 < \mathcal{R} < 10^5 \implies \lambda = (100\mathcal{R})^{-\frac{1}{4}}$  (Blasius [1883 - 1970]) ;
- si  $\mathcal{R} > 10^5 \implies \lambda = \left[ 2 \log \left( 3.71 \frac{D}{\varepsilon} \right) \right]^{-2}$  (Karman [1881-1963]-Prandtl [1875-1953]-Nikuradse [1894-1979])

On donne la masse volumique  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  et la viscosité cinématique de l'eau :  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ .

1) Etablissez la relation permettant de calculer la vitesse  $v$  de l'écoulement à partir des paramètres de l'énoncé. Vous prendrez soin de nommer les équations que vous écrirez. .... [2.5]

**Les pertes de charge ne sont pas prise en compte.**

2) En l'absence de toutes les pertes régulières et singulières, quelle est la valeur de la vitesse  $v$  en sortie (en 4) de la tuyauterie ?

Quelle est alors la hauteur  $h$  du jet d'eau ?

Calculez alors le nombre de Reynolds  $\mathcal{R}$  caractérisant l'écoulement dans la tuyauterie. .... [2]

**On prend désormais numériquement en compte les pertes de charge.**

3) A partir des relations fournies, évaluez le coefficient de perte de charge régulière  $\lambda$  et calculez numériquement la vitesse  $v$ , le nombre de Reynolds  $\mathcal{R}$ , la hauteur  $h$  du jet d'eau et le débit volumique circulant dans la tuyauterie. .... [2]

4) A partir du diagramme de Moody FIG. 2 et du précédent nombre de Reynolds, estimez le coefficient de perte de charge régulière  $\lambda$  (vous préciserez vos tracés sur le diagramme qui sera rendu) et recalculez numériquement la vitesse  $v$ , le nombre de Reynolds  $\mathcal{R}$ , la hauteur  $h$  du jet d'eau et le débit volumique circulant dans la tuyauterie. .... [2]

**Exercice n°2 – Hublot et réservoir : 7 pts**

Un réservoir contient une couche de hauteur  $h'$  d'acétone de masse volumique  $\rho'$  au dessus d'une couche de hauteur  $h$  de glycérine de masse volumique  $\rho$ .

Un hublot rectangulaire de hauteur  $a$  et de largeur  $b$  (distance perpendiculaire au dessin) est situé sur la face verticale du réservoir ; La base du hublot étant au fond du réservoir.

De l'air à la pression atmosphérique  $p_a$  est au dessus de la surface libre de l'acétone et à l'extérieur du réservoir et du hublot.

Le problème peut être considéré comme un problème plan. Les 2 liquides sont immobiles.

**Données numériques :**

$\rho = 1260 \text{ kg.m}^{-3}$

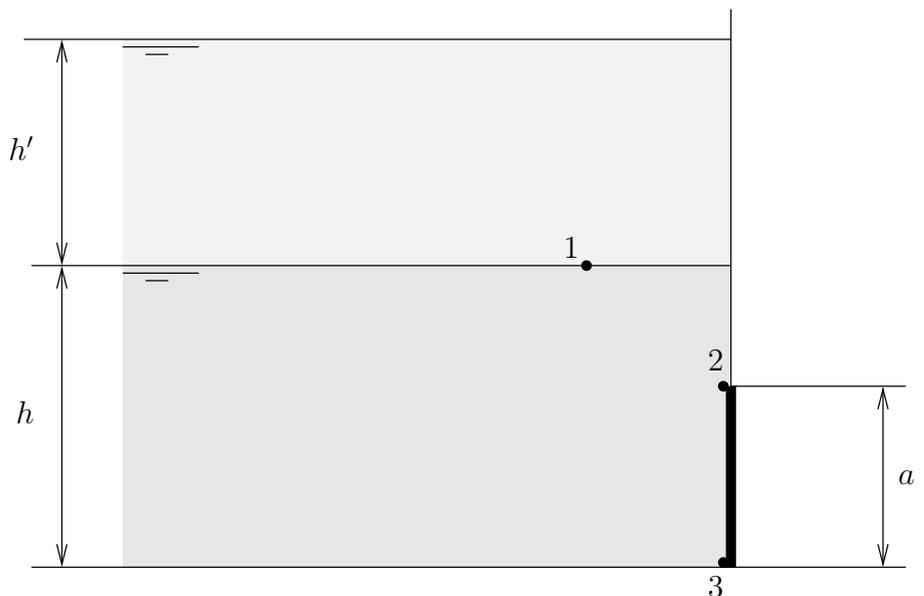
$\rho' = 790 \text{ kg.m}^{-3}$

$h' = 6 \text{ m}$

$h = 8 \text{ m}$

$a = 4.8 \text{ m}$

$b = 1.2 \text{ m}$



1) Calculez analytiquement puis numériquement les pressions effectives qui règnent - dans les liquides - au niveau de la surface de séparation de ces liquides (point 1) ainsi qu'en haut (point 2) et en bas (point 3) du hublot. .... [1.5]

- 2) Représentez - à l'échelle et sur la FIG. 1 (où vous visualisez le hublot et les 2 surfaces libres à l'échelle 2 m représenté par 1 cm) - la répartition de force effective exercée par les liquides sur ce hublot. ... [1]
- 3) Calculez analytiquement puis numériquement la force effective globale exercée sur ce hublot. Précisez analytiquement puis numériquement le point d'application de cette force. .... [4.5]

**Exercice n°3 - Profil 4.5 pts**

Considérons le profil cylindrique de section Naca0030 (l'écoulement est plan) de corde  $c = 40$  cm avançant horizontalement à la vitesse  $V_\infty$  dans de l'eau salée de masse volumique  $\rho = 1025 \text{ kg.m}^{-3}$  et de viscosité cinématique  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$  avec une incidence (angle entre la direction de la vitesse et la corde)  $\alpha = 20^\circ$  (cf FIG. 3).

Les coefficients de trainée ( $C_x = 0.08162$ ) et de portance ( $C_z = 1.1956$ ) sont donnés pour l'incidence  $\alpha = 20^\circ$  et pour un nombre de Reynolds  $\mathcal{R} = 10^6$ .

- 1) A quelle vitesse  $V_\infty$  correspond ces données? ..... [0.5]
- 2) Précisez l'équation permettant de calculer la pression effective au point d'arrêt sur ce profil et calculez cette pression. .... [1]
- 3) Calculez les composantes de trainée et de portance par unité d'envergure du profil. Représentez, à l'échelle, sur la FIG. 3 (qui sera rendue avec la copie), ces composantes de trainée et de portance et le vecteur force globale exercée par l'air sur ce profil (sans préciser le point d'application de cette force); Vous préciserez l'échelle que vous aurez utilisé en complétant et en écrivant sur la FIG. 3 ... mm  $\equiv$  ... N/m. .... [3]

N° anonymat : .....



FIG. 1 – Porte et niveaux.

# Moody Diagram

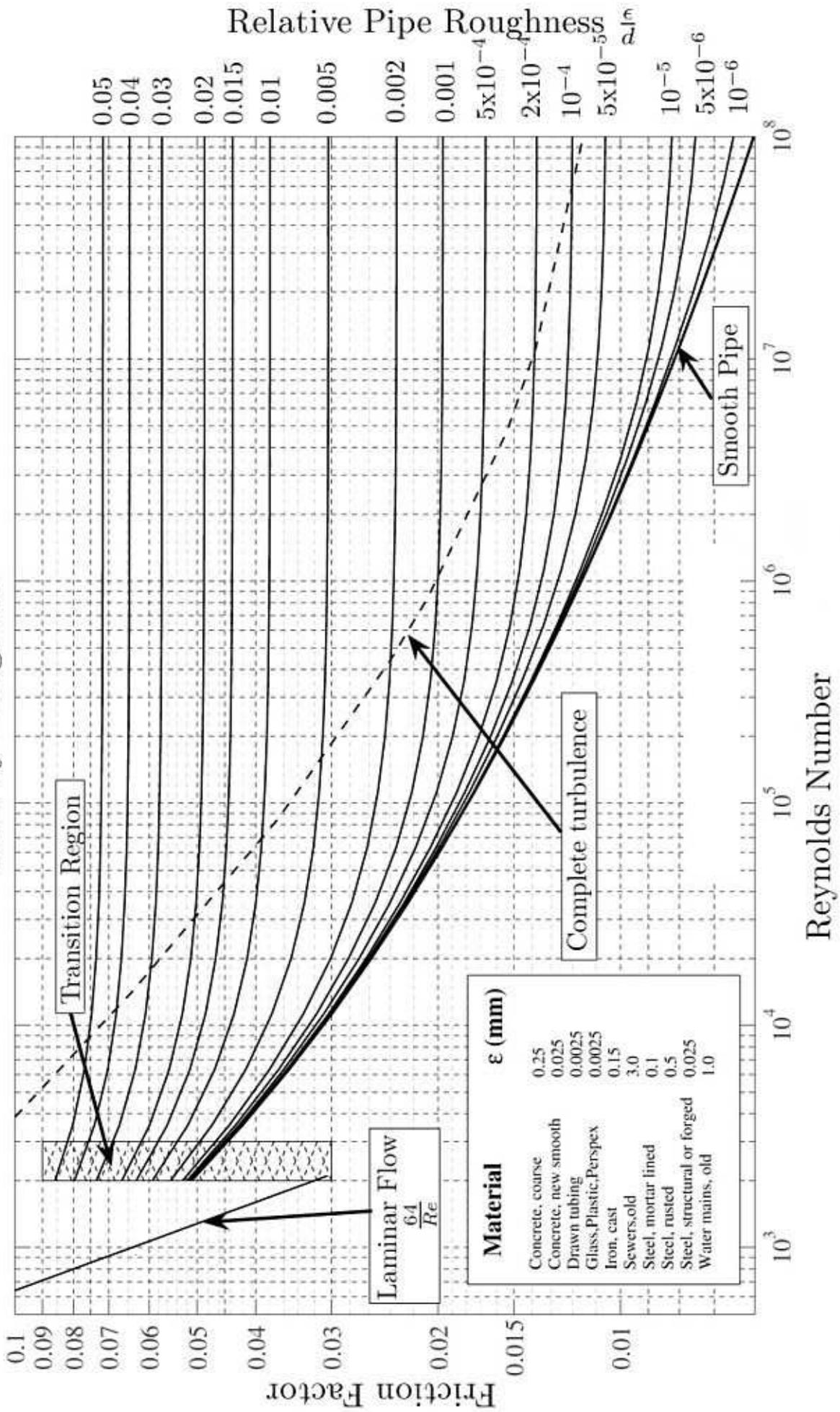


FIG. 2 – Diagramme de Moody

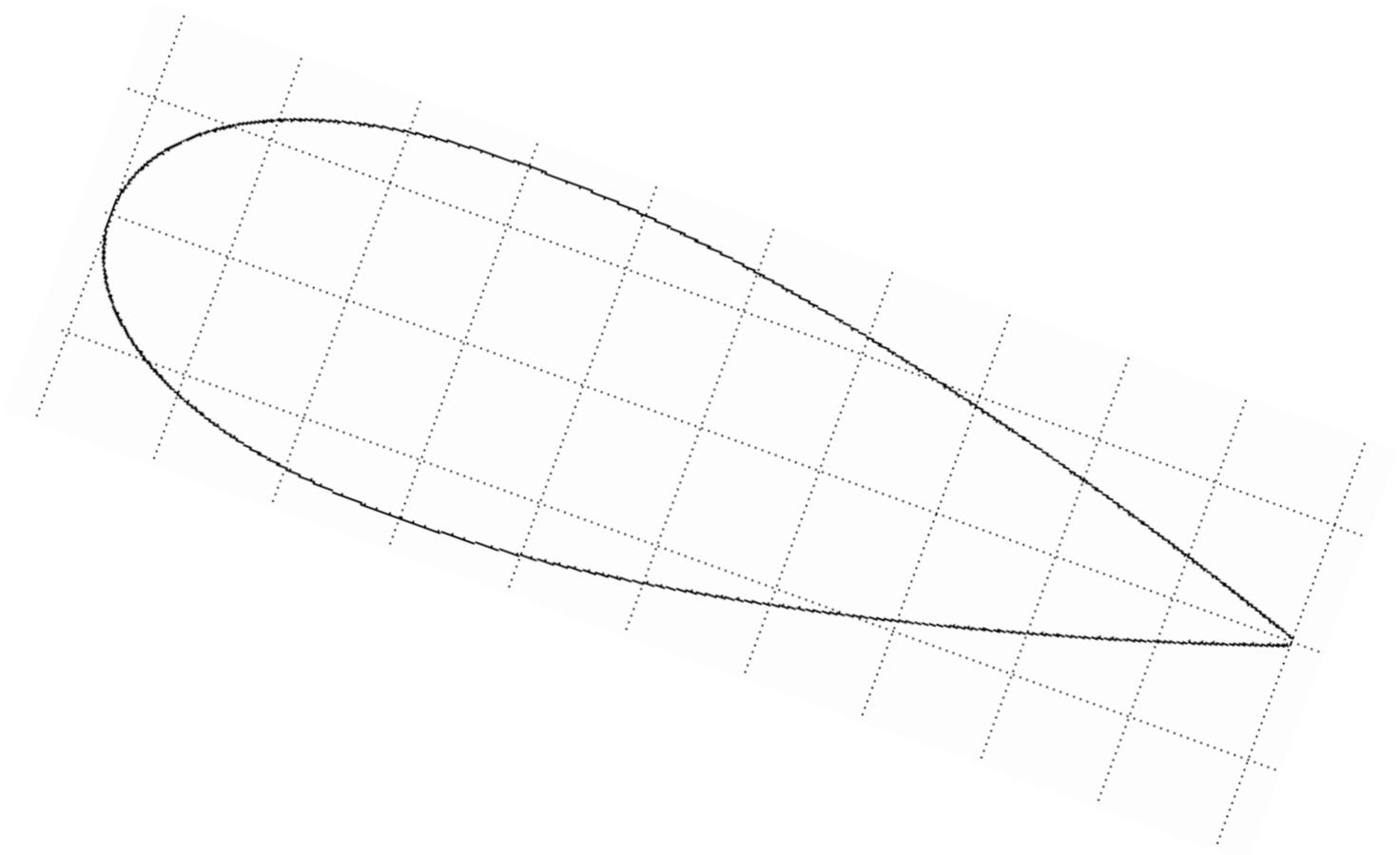


FIG. 3 – Profil NACA0030 incliné à  $20^\circ$  par rapport aux bords horizontaux de la feuille.