Exercice n°1 – Porte

1) $p_e(O) = \rho g h = 19.62$ kPa $= 0.1962$ bar .... **[0.5]**

2) Avec $b = 1.2$ m, la force effective $\vec{F} = F\vec{y}$ d'intensité $F = \frac{1}{2}p_e(O)hb = 23544$ N, exercée sur la porte, serait appliquée à $z = \frac{1}{3}h = 0.666$ m. .... **[1.5]**

3)

$$c(0) = b \quad , \quad c(h) = \alpha b \quad , \quad c(z) = \frac{\alpha b - b}{h} z + b = b\left[(\alpha - 1)\frac{z}{h} + 1\right]$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}\vec{F} &= p_e(z)c(z)\,\mathrm{d}z\,\vec{y} = \mathrm{d}F\,\vec{y} \quad \text{où} \quad p_e(z) = \rho g(h - z) \text{ donc :} \\
\mathrm{d}F &= \rho g \frac{b}{h}(h - z)\left[(\alpha - 1)z + h\right]\,\mathrm{d}z \\
&= \rho g \frac{b}{h}\left[h^2 - hz + (\alpha - 1)hz - (\alpha - 1)z^2\right]\,\mathrm{d}z \\
&= \rho g \frac{b}{h}\left[h^2 + (\alpha - 2)hz + (1 - \alpha)z^2\right]\,\mathrm{d}z
\end{aligned}$$

.... **[0.5]**

L'intensité de la force globale est donc :

$$\begin{aligned}
R &= \int_0^h \mathrm{d}F \\
&= \rho g \frac{b}{h}\int_0^h \left(h^2 + (\alpha - 2)hz + (1 - \alpha)z^2\right)\,\mathrm{d}z \\
&= \rho g \frac{b}{h}\left[h^2 z + \frac{1}{2}(\alpha - 2)hz^2 + \frac{1}{3}(1 - \alpha)z^3\right]_0^h \\
&= \rho g \frac{b}{h}\left[h^3 + \frac{1}{2}(\alpha - 2)h^3 + \frac{1}{3}(1 - \alpha)h^3\right] \\
&= \frac{1}{6}\rho g b h^2\left[6 + 3(\alpha - 2) + 2(1 - \alpha)\right] \\
&= \frac{1}{6}\rho g b h^2(2 + \alpha)
\end{aligned}$$

.... **[2.5]**

Le moment en O de cet force élémentaire est :

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}\vec{M}(O) &= -z\mathrm{d}F\vec{x} = -\mathrm{d}M(O)\vec{x} \quad \text{où} \\
\mathrm{d}M(O) &= \rho g \frac{b}{h}\left[h^2 z + (\alpha - 2)hz^2 + (1 - \alpha)z^3\right]\,\mathrm{d}z
\end{aligned}$$

L'intensité du moment global est donc :

$$M(O) = \int_0^h \mathrm{d}M(O)$$

$$
\begin{aligned}
&= \rho g \frac{b}{h} \int_0^h \left[h^2 z + (\alpha-2)hz^2 + (1-\alpha)z^3\right] \, \mathrm{d}z \\
&= \rho g \frac{b}{h} \left[\frac{1}{2}h^2 z^2 + \frac{1}{3}(\alpha-2)hz^3 + \frac{1}{4}(1-\alpha)z^4\right]_0^h \\
&= \rho g b \left[\frac{1}{2}h^3 + \frac{1}{3}(\alpha-2)h^3 + \frac{1}{4}(1-\alpha)h^3\right] \\
&= \frac{1}{12}\rho g b h^3 \left[6 + 4(\alpha-2) + 3(1-\alpha)\right] \\
&= \frac{1}{12}\rho g b h^3 (1+\alpha)
\end{aligned}
$$

. . . . **[2.5]**

L'action globale est donc caractérisée en O par :

$$
\begin{cases} R\vec{y} \\ \vec{M}(O) = -M(O)\vec{x} \end{cases}
$$

Le moment est nul en un point I de la porte :

$$
\vec{M}(O) = \vec{M}(I) + R\vec{y} \wedge \vec{IO} = -R\vec{y} \wedge \lambda\vec{z} = -R\lambda\vec{x} \implies M(O) = R\lambda \implies \lambda = \frac{h\,(1+\alpha)}{2\,(2+\alpha)}
$$

. . . . **[1]**

Si $\alpha = 1$ (la porte est rectangulaire) et l'on retrouve $\lambda = \frac{h}{3}$.
Si $\alpha = 2$ on a $\lambda = \frac{3h}{8} = \frac{9}{8}\frac{h}{3}$: on déplace donc logiquement le centre de poussée vers la surface . . . . **[0.5]**

Exercice n°2 – Dérive

1) La vitesse $v = 4.78$ m.s^{-1} et le nombre de Reynolds relatif à l'écoulement $\mathcal{R} = 1.202\,10^6$. . . . . . **[0.5]**

2) $C_z = 0.727$; $C_x = 0.0055$; $P = \frac{1}{2}\rho c L C_z v^2 = 1473$ N ; $T = \frac{1}{2}\rho c L C_x v^2 = 11.14$ N . . . . **[1]**

3) Les cordes c_1 et c_2 de ces 2 dérives : $c_1 = \frac{L}{L_1}c = 392.5$ mm et $c_2 = \frac{L}{L_2}c = 196.4$ mm . . . . **[0.5]**
Les nombres de Reynolds relatif à chacun de ces 2 nouveaux écoulements et les coefficients aérodynamiques :
$\mathcal{R}_1 = 1.599\,10^6 \implies C_x = 6.1\,10^{-3}$, $C_z = 0.709$
$\mathcal{R}_2 = 0.800\,10^6 \implies C_x = 5.4\,10^{-3}$, $C_z = 0.738$ . . . . **[1]**
Les forces de portance et de trainée sur chacune de ces 2 nouvelles dérives :
$P_1 = 1436$ N ; $T_1 = 12.36$ N
$P_2 = 1495$ N ; $T_2 = 10.94$ N . . . . **[1]**
La seconde dérive est préférable car elle présente moins de trainée et plus de portance : on préfère une dérive longue et de faible corde. . . . . **[0.5]**

4) Pour chacune des 4 sections droites positionnées sur la Fig. **??** on a :

y (mm)	$\mathcal{R}$	$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}y}$ (N/m)	$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}y}$ (N/m)
0 à 210	$1.2\,10^6$	2454	18.57
345	$1.0\,10^6$	2066	14.92
504	$0.6\,10^6$	1251	9.62

. . . . **[3.5] avec dessin**

La portance globale est :

$$
P = \int \mathrm{d}P = \int_0^L \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}y}\,\mathrm{d}y \approx 1140 \text{ N} \approx 1900 \text{ N/m} * 600 \text{ mm}
$$

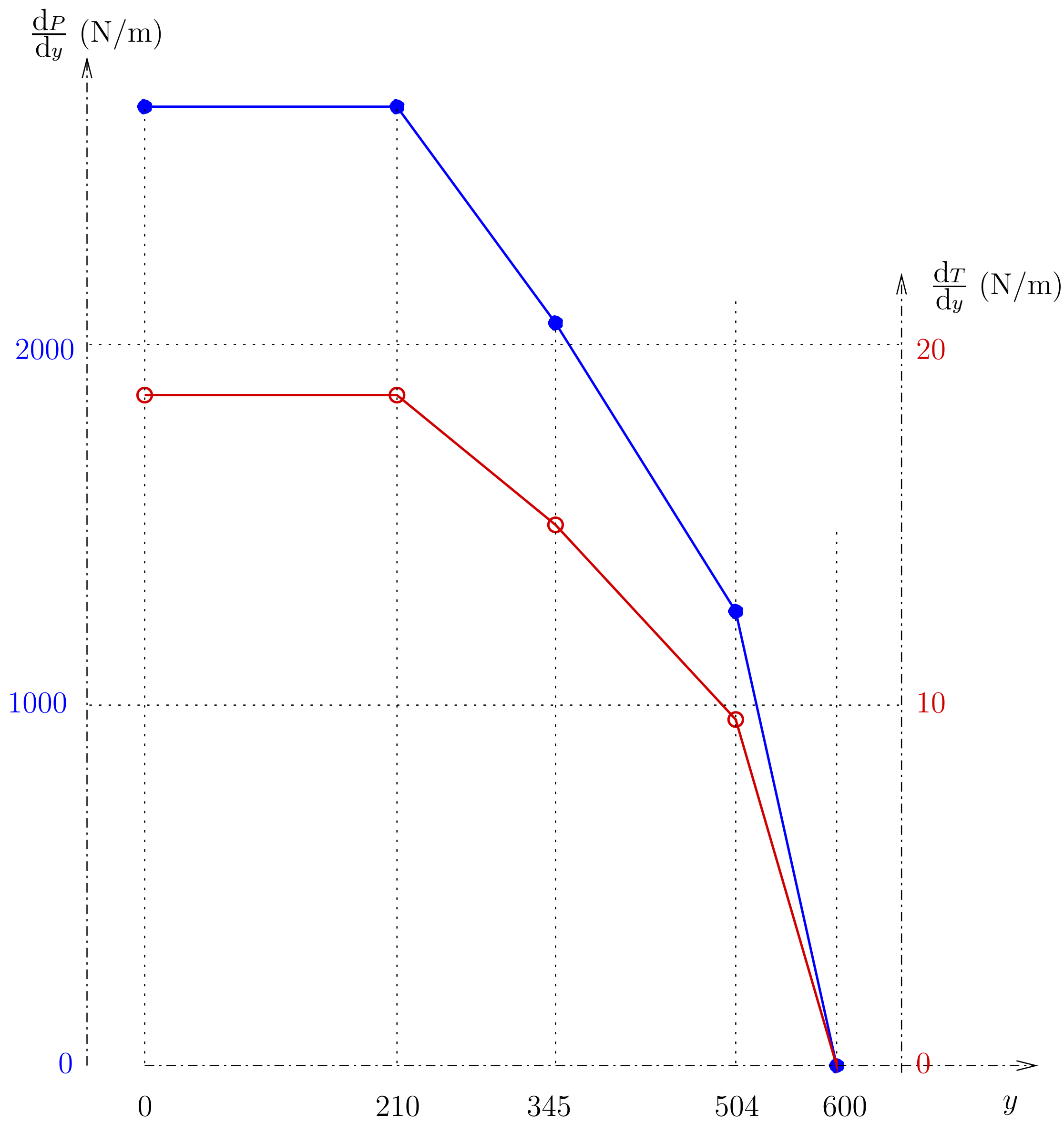

FIG. 1 – Evolution des forces réparties de portance et de trainée sur toute la longueur de la dérive.

et correspond approximativement à une force répartie constante de 1900 N/m sur $L = 600$ mm. . . . [**1**]

La trainée globale est :

$$T = \int \mathrm{d}T = \int_0^L \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}y}\,\mathrm{d}y \approx 8.6 \text{ N} \approx 14.3 \text{ N/m} * 600 \text{ mm}$$

et correspond approximativement à une force répartie constante de 14,3 N/m sur $L = 600$ mm. . . . . [**1**]

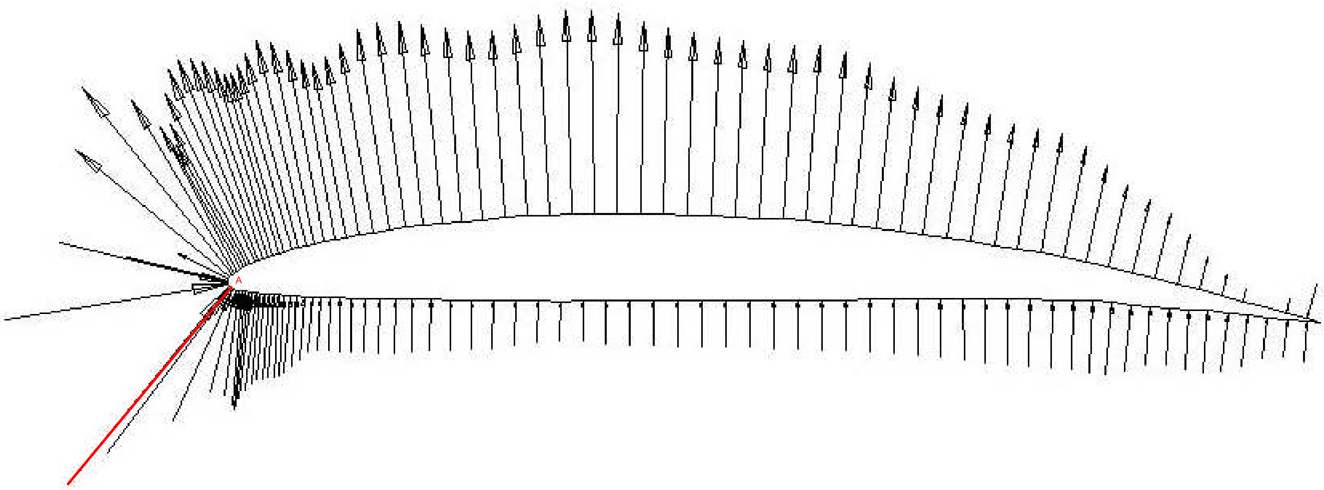

Fig. 2 – Evolution de la force répartie de pression sur le contour du profil pour le nombre de Reynolds $\mathcal{R} = 1.2\,10^6$ et pour une incidence de 2°. Le fluide arrive horizontalement.

5) La pression effective au point d'arrêt : $p_{e\,Ar} = 11445$ Pa. . . . . [**1**] **avec dessin**