Licence L2 - Mécanique des Fluides
1ère session 2014-2015 – Durée : 2h00
Responsable : L. Blanchard
Eléments de correction

Exercice n°1 – Jet d'eau mal conçu.

1) Conservation du débit volumique :

$$q_v = \pi D^2 v_1 = \frac{\pi D^2}{4} v_2 \quad \Longrightarrow \quad v_2 = 4v_1$$

Bernoulli généralisé s'écrit en notant la charge $X_i = p_i + \rho g z_i + \frac{1}{2}\rho v_{moy}^2$:

$$\begin{array}{rcl}
X_1 & = & X_0 - \xi_e \frac{1}{2}\rho v_1^2 \\
X_2 & = & X_1 + \Delta X_i \\
X_3 & = & X_2 - \lambda \frac{L}{D}\frac{1}{2}\rho v_2^2 \\
X_4 & = & X_3 - \xi_c \frac{1}{2}\rho v_2^2 \\
\hline
X_4 & = & X_0 - \xi_e \frac{1}{2}\rho v_1^2 - (\xi_c + \lambda \frac{L}{D})\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \Delta X_i \\
p_4 + \rho g z_4 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 & = & p_0 + \rho g z_0 + \frac{1}{2}\rho v_{moy0}^2 - \frac{\xi_e}{16}\frac{1}{2}\rho v_2^2 - (\xi_c + \lambda \frac{L}{D})\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \Delta X_i
\end{array}$$

Or $p_0 = p_4 = p_a$, $v_{moy0} = 0$, $z_4 = 0$ donc :

$$\begin{array}{rrcl}
 & \frac{1}{2}\rho v_2^2 & = & \rho g z_0 - (\frac{\xi_e}{16} + \xi_c + \lambda \frac{L}{D})\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \Delta X_i \\
\Longrightarrow & \Delta X_i & = & \left(1 + \frac{\xi_e}{16} + \xi_c + \lambda \frac{L}{D}\right)\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \rho g z_0
\end{array}$$

.... **[3]**

2) Bernoulli s'écrit entre 4 et 5 (la vitesse est nulle en 5 et $p_4 = p_5 = p_a$) :

$$p_4 + \rho g z_4 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = p_5 + \rho g z_5 \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho g z_5 \quad \Longrightarrow \quad v_2 = \sqrt{2 g z_5}$$

.... **[0.5]**

3)

$$v_2 = 8.86 \text{ m.s}^{-1} \quad ; \quad \mathcal{R}_2 = 8.85\ .10^5 \quad ; \quad q_v = 0.070 \text{ m}^3.\text{s}^{-1} = 4175 \text{ l.mn}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_2 > 10^5 \quad \Longrightarrow \quad \lambda = 0.0379$$

$$\Delta X_i = 546057 \text{ Pa}$$

La puissance fournie par la pompe au fluide est $\mathcal{P}_i = q_v \Delta X_i \approx 38$ kW

La puissance consommée par la pompe sera $\dfrac{\mathcal{P}_i}{60\%} = 63.3$ kW

.... **[3.5]**

4) On a maintenant $\Delta X_i = 0$ donc :

$$\left(1 + \frac{\xi_e}{16} + \xi_c + \lambda \frac{L}{D}\right) \frac{1}{2} v_2^2 = g z_0 \quad \Longrightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{2 g z_0}{1 + \frac{\xi_e}{16} + \xi_c + \lambda \frac{L}{D}}}$$

En faisant l'hypothèse que λ ne change pas on a $v_2 = 4.93$ m.s^{-1}, $z_5 = 1.24$ m, $q_v = 2324$ l/mn et $\mathcal{R}_2 = 4.93\ .10^5$ ce qui permet de dire que λ ne change pas. .... **[1.5]**

Exercice n°2 – Système de flottaison

1) Le volume extérieur est $\mathcal{V}_1 = bhL = 240$ m^3.
Le volume intérieur est $\mathcal{V}_2 = (b - 2e)(h - f)(L - 2e) = 123.88$ m^3.
Le volume de béton est $\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2 = 116.12$ m^3.
La masse de la coque de béton est $m = \rho' \mathcal{V} = 232248$ kg.
.... **[1]**

Le centre de gravité G_1 du volume extérieur est positionné par $\vec{OG_1} = -\frac{h}{2}\vec{z}$
Le centre de gravité G_2 du volume intérieur est positionné par $\vec{OG_2} = -\frac{(h-f)}{2}\vec{z}$
Le centre de gravité G de la coque est positionné par

$$\mathcal{V}\vec{OG} = \mathcal{V}_1 \vec{OG_1} - \mathcal{V}_2 \vec{OG_2} \quad \Longrightarrow \quad \vec{OG} \cdot \vec{z} = -3.51 \text{ m}$$

.... **[1.75]**

2) Son poids mg compense la poussée d'Archimède P_A soit :

$$mg = \rho bLtg \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{m}{\rho bL} = 4.70 \text{ m}$$

.... **[1]**

La poussée d'Archimède est appliquée au centre de poussée C :

$$\vec{OC} = \left(-h + \frac{t}{2}\right)\vec{z} \quad \Longrightarrow \quad \vec{OC} \cdot \vec{z} = -2.65 \text{ m}$$

Ce centre de poussée C est positionné au dessus du centre d'inertie G : l'équilibre est donc stable. **[1.75]**

3) Le nouveau poids compense la nouvelle poussée d'Archimède soit :

$$(m + m_0)g = \rho bLhg \quad \Longrightarrow \quad m_0 = \rho bLh - m = 14952 \text{ kg}$$

La maison doit faire moins de 14.9 tonnes. .... **[1]**

Exercice n°3 – Solar Impulse

1) $Mg = \frac{1}{2}\rho S C_z v^2 \quad \Longrightarrow \quad C_z = 0.865$ .... **[1]**

2) $\mathcal{R} = 3.24\ 10^6$ à l'emplanture et $\mathcal{R} = 2.37\ 10^6$ au saumon .... **[1]**

3) $\alpha \approx 3.5°$ .... **[0.5]**

4) $C_x = 0.0065$ à 0.0055 suivant le nombre de Reynolds $\Longrightarrow$ $C_x = 0.0065$. .... **[0.5]**

5) $T = \frac{1}{2}\rho S C_x v^2 = 169$ N sur les ailes et $T_f = \frac{1}{2}\rho S_f C_{xf} v^2 = 105$ N sur le fuselage
soit $T + T_f = 274$ N .... **[1]**

6) La puissance perdue par cette trainée sur l'ensemble de l'avion est :
$\mathcal{P} = (T + T_f)v = 3841$ W $= 5.25$ cv
Cette puissance doit être bien inférieure à celle des 4 moteurs (60 cv $\approx$ 44 kW). .... **[1]**