UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Licence L2 - Mécanique des Fluides
$1^{\text{ère}}$ session 2018-2019 – Durée : 1h30
Responsable : L. Blanchard
Eléments de correction

Exercice n°1 – Réservoir 12.5 pts

1) p_i désignant la pression absolue en i, $p_{ei} = p_i - p_a$ désigne la pression effective en i.

$$\begin{aligned}
\text{Dans l'eau douce : } p_1 = p_a + \rho g h \quad &\Longrightarrow \quad p_{e1} = p_1 - p_a = \rho g h = 15.69 \text{ kPa} \\
p_5 = p_a + 2\rho g h \quad &\Longrightarrow \quad p_{e5} = p_5 - p_a = 2\rho g h = 31.39 \text{ kPa} \\
p_2 = p_a + 3\rho g h \quad &\Longrightarrow \quad p_{e2} = p_2 - p_a = 3\rho g h = 47.08 \text{ kPa} \\
\text{Dans l'eau de mer : } p_3 = p_a \quad &\Longrightarrow \quad p_{e3} = p_3 - p_a = 0 \\
p_4 = p_a + d\rho g h \quad &\Longrightarrow \quad p_{e4} = p_4 - p_a = d\rho g h = 18.05 \text{ kPa}
\end{aligned}$$

On peut calculer : $p_{e2} - p_{e4} = 3\rho g h - d\rho g h = (3-d)\rho g h = 29.03$ kPa.
et $p_{e5} - p_{e1} = \rho g h = 15.69$ kPa .... **[2]**

2) cf FIG. 1 .... **[1.5]**

3)

$$\begin{cases}
F = \frac{1}{2}(p_{e5} - p_{e1})hb = \frac{1}{2}\rho g h^2 b = 7534 \text{ N} \\
P = p_{e1} hb = \rho g h^2 b = 15068 \text{ N} \\
Q = (p_{e2} - p_{e4})hb = (3-d)\rho g h^2 b = 27876 \text{ N} \\
R = \frac{1}{2}(p_{e5} - p_{e2} + p_{e4})hb = \frac{1}{2}(2\rho g h - (3-d)\rho g h)hb = \frac{1}{2}\rho g (d-1)h^2 b = 1130 \text{ N}
\end{cases}$$

soit une force globale :

$$F + P + Q + R = \left(\frac{1}{2} + 1 + 3 - d + \frac{1}{2}(d-1)\right)\rho g b h^2 = \left(4 - \frac{d}{2}\right)\rho g b h^2 = 51608 \text{ N}$$

.... **[5]**

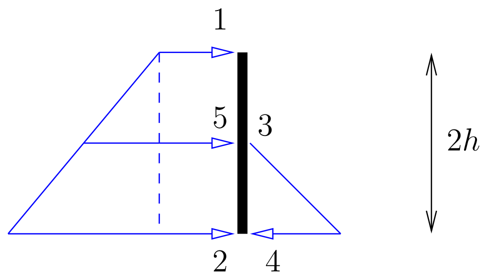
Le point d'application de cette force globale sera situé à la distance c du bas de la porte :

$$\begin{aligned}
(F+P+Q+R)c &= (h + \frac{h}{3})F + (h + \frac{h}{2})P + \frac{h}{2}Q + 2\frac{h}{3}R \quad \Longrightarrow \quad \frac{c}{h} = \frac{\frac{4}{3}F + \frac{3}{2}P + \frac{1}{2}Q + \frac{2}{3}R}{F+P+Q+R} \\
\left(4 - \frac{d}{2}\right)\rho g b h^2 c &= \frac{4}{3}h\frac{1}{2}\rho g h^2 b + \frac{3}{2}h\rho g h^2 b + \frac{1}{2}h(3-d)\rho g h^2 b + \frac{2}{3}h\frac{1}{2}\rho g(d-1)h^2 b \\
\left(4 - \frac{d}{2}\right)c &= \frac{4}{3}h\frac{1}{2} + \frac{3}{2}h + \frac{1}{2}h(3-d) + \frac{2}{3}h\frac{1}{2}(d-1) \\
\left(4 - \frac{d}{2}\right)c &= \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right)h + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)dh \\
\left(4 - \frac{d}{2}\right)c &= \frac{10}{3}h - \frac{1}{6}dh \\
\frac{c}{h} &= \frac{(20-d)}{3(8-d)} = 0.9173 \quad \Longrightarrow \quad c = 1.47 \text{ m}
\end{aligned}$$

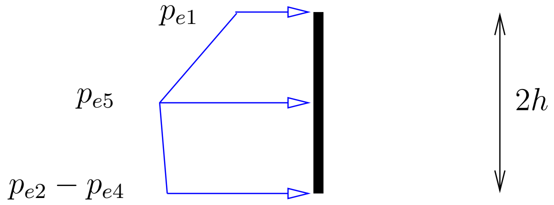
On ne demandait pas l'expression analytique .... **[4]**

Rem : Les pressions absolues (qu'il ne fallait pas calculer) sont :

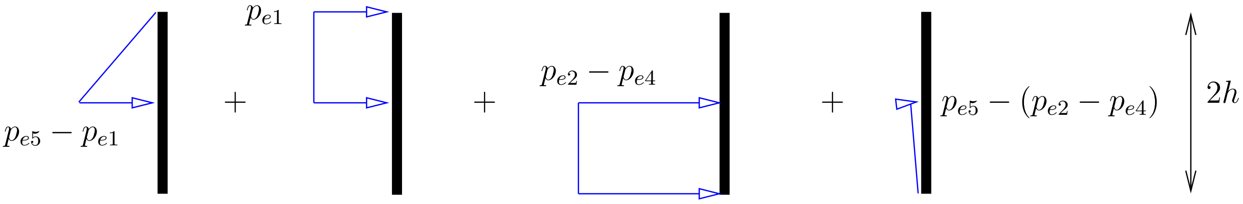
$p_1 = 116.99$ kPa ; $p_2 = 148.38$ kPa ; $p_3 = 101.30$ kPa ; $p_4 = 119.35$ kPa ; $p_5 = 132.69$ kPa



Ces 2 répartitions de force équivalent à celle ci :



qui équivaut à la somme de ces quatres là :



Ce qui équivaut à des forces ponctuelles positionnées tel que :

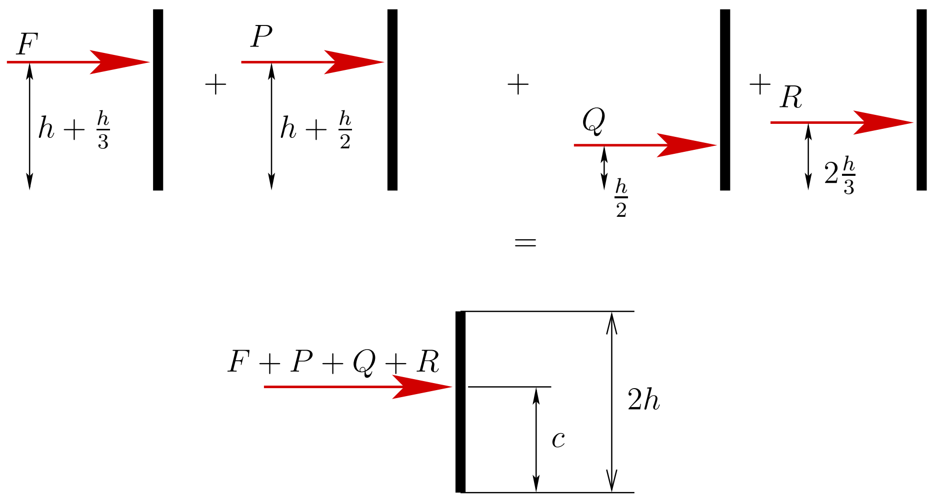
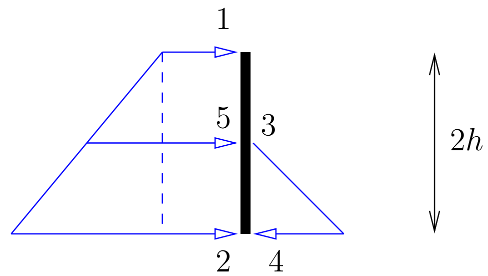


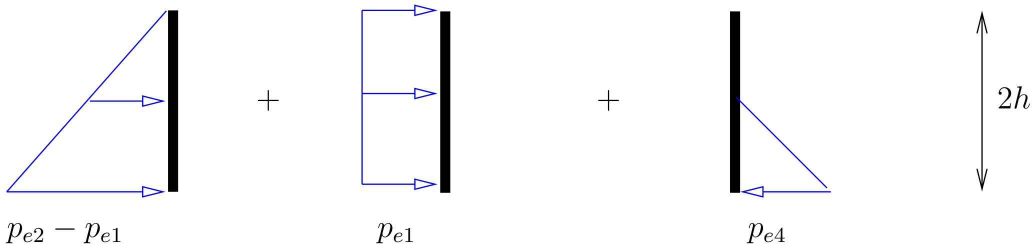
FIG. 1 – Première façon de décomposer les efforts répartis (pas forcément la plus simple).

N.B.

On pouvait décomposer autrement les efforts répartis (cf FIG. 2) :



Ces 2 répartitions de force équivalent à ces trois là :



Ce qui équivaut à des forces ponctuelles positionnées tel que :

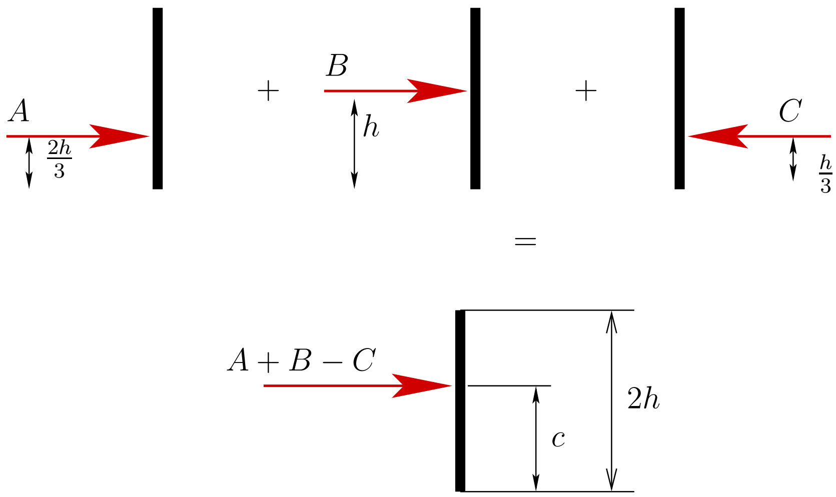


FIG. 2 – Deuxième façon de décomposer les efforts répartis.

$$\left\{\begin{array}{lcl} A & = & \frac{1}{2}(p_{e2} - p_{e1})2hb = 2\rho gbh^2 \\ B & = & p_{e1}2hb = \rho gh2hb = 2\rho gbh^2 \\ C & = & \frac{1}{2}p_{e4}hb = \frac{1}{2}d\rho ghhb = \frac{1}{2}d\rho gbh^2 \end{array}\right.$$

soit une force globale :

$$A + B - C = 4\rho gbh^2 - \frac{1}{2}d\rho gbh^2 = \left(4 - \frac{d}{2}\right)\rho gbh^2$$

Le point d'application de cette force globale sera situé à la distance c du bas de la porte :

$$(A + B - C)c \;=\; \frac{2h}{3}A + hB - \frac{h}{3}C$$

$$
\begin{aligned}
\left(4-\frac{d}{2}\right)\rho g b h^2 c &= \frac{2h}{3}2\rho g b h^2 + h2\rho g b h^2 - \frac{h}{3}\frac{1}{2}d\rho g b h^2 \\
\left(4-\frac{d}{2}\right)c &= \frac{2h}{3}2 + h2 - \frac{h}{3}\frac{1}{2}d \\
\left(4-\frac{d}{2}\right)\frac{c}{h} &= \frac{4}{3} + 2 - \frac{1}{6}d \\
\frac{1}{2}(8-d)\frac{c}{h} &= \frac{1}{6}(20-d) \\
3(8-d)\frac{c}{h} &= (20-d) \\
\frac{c}{h} &= \frac{(20-d)}{3(8-d)} = 0.9173 \quad \Longrightarrow \quad c = 1.47 \text{ m}
\end{aligned}
$$

Exercice n°2 _ Divergent - 7.5 pts

1) La conservation du débit donne les vitesses moyennes dans chaque section :

$$q_v = \frac{\pi}{4} D_1^2 v_1 = \frac{\pi}{4} D_2^2 v_2$$
$$v_1 = 2.487 \text{ m.s}^{-1} \qquad \text{et} \qquad v_2 = 0.942 \text{ m.s}^{-1}$$

. . . . **[1]**

Les nombres de Reynolds dans chaque section :

$$\mathcal{R}_1 = \frac{v_1 D_1}{\nu} = 39789 \qquad \text{et} \qquad \mathcal{R}_2 = \frac{v_2 D_2}{\nu} = 24485$$

. . . . **[1]**

2) $\mathcal{R}_i > 2000$: l'écoulement est turbulent . . . . **[0.5]**

3) Bernoulli sur le tube de courant donne :

$$p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 = p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2$$
$$\Longrightarrow \quad p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho\left({v_1}^2 - {v_2}^2\right) = 162649 \text{ Pa} = 162.6 \text{ kPa} = 1.626 \text{ bar}$$

. . . . **[2]**

4) Le coefficient de perte de charge singulière :

$$\xi = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 \sin\alpha = 0.0803$$

La perte de charge singulière :

$$\Delta X_s = \xi \frac{1}{2}\rho v_1^2 = 248 \text{ Pa}$$

. . . . **[1.5]**

Bernoulli sur le tube de courant donne :

$$p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 = p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 - \Delta X_s$$
$$\Longrightarrow \quad p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho\left({v_1}^2 - {v_2}^2\right) - \Delta X_s = 162400 \text{ Pa} = 162.4 \text{ kPa} = 1.624 \text{ bar}$$

. . . . **[1.5]**