UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Licence L2 - Mécanique des Fluides
$1^{\text{ère}}$ session 2013-2014 – Durée : 2h00
Responsable : L. Blanchard
Eléments de correction

Exercice n°1 – 7.5 pts

1) p_i désignant la pression absolue en i, $p_i - p_{atm}$ désigne la pression effective en i.

$$\begin{array}{rcr}
 & & \text{Dans l'eau douce :} \\
p_1 = p_a + \rho_1 gh & \Longrightarrow & p_1 - p_a = \rho_1 gh = 17.658 \text{ kPa} \\
p_2 = p_a + 2\rho_1 gh & \Longrightarrow & p_2 - p_a = 2\rho_1 gh = 35.316 \text{ kPa} \\
 & & \text{Dans l'eau poluée :} \\
 & & p_3 = p_a \quad \Longrightarrow \quad p_3 - p_a = 0 \\
p_4 = p_a + \rho_2 gh & \Longrightarrow & p_4 - p_a = \rho_2 gh = 20.130 \text{ kPa}
\end{array}$$

.... **[1.5]**

On peut calculer : $p_2 - p_4 = 15.185$ kPa.

2) cf dessin .... **[1]**

3)

$$\begin{cases} F = (p_2 - p_4)hb = 19134 \text{ N} \\ P = \frac{1}{2}(p_1 - p_a - (p_2 - p_4))hb = 1557 \text{ N} \end{cases}$$

soit une force globale de $F + P = 20691$ N. .... **[3]**

Le point d'application de cette force globale sera situé logiquement entre $\frac{h}{2}$ et $2\frac{h}{3}$ du bas de la porte et positionné par :

$$(F+P)c = \frac{h}{2}F + 2\frac{h}{3}P \quad \Longrightarrow \quad \frac{c}{h} = \frac{\frac{1}{2}F + \frac{2}{3}P}{F+P} \approx 0.513 \in [0.50; 0.66] \quad \Longrightarrow \quad c = 0.923 \text{ m}$$

.... **[2]**

L'intensité de F étant bien supérieure à celle de P, le point d'application de $(F+P)$ est proche de la moitié de la porte.

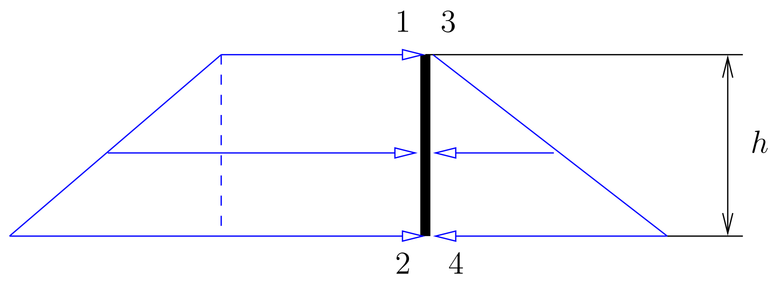
La distance du point d'application de cette force globale du haut de la porte est $h - c = 0.877$ m.

Rem : Les pressions absolues (qu'il ne fallait pas calculer) sont :

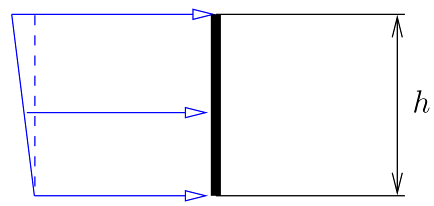
$$p_1 = 118.958\text{kPa} \quad ; \quad p_2 = 136.616\text{kPa} \quad ; \quad p_4 = 121.430\text{kPa}$$

Analytiquement la force globale est :

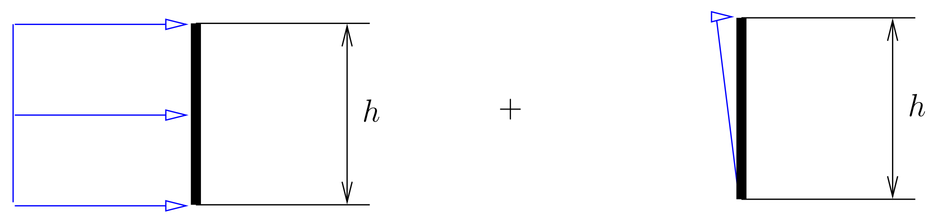
$$F + P = \frac{1}{2}hb\left[2(p_2 - p_4) + (p_1 - p_3) - (p_2 - p_4)\right] = \frac{1}{2}hb(3\rho_1 - \rho_2)gh$$



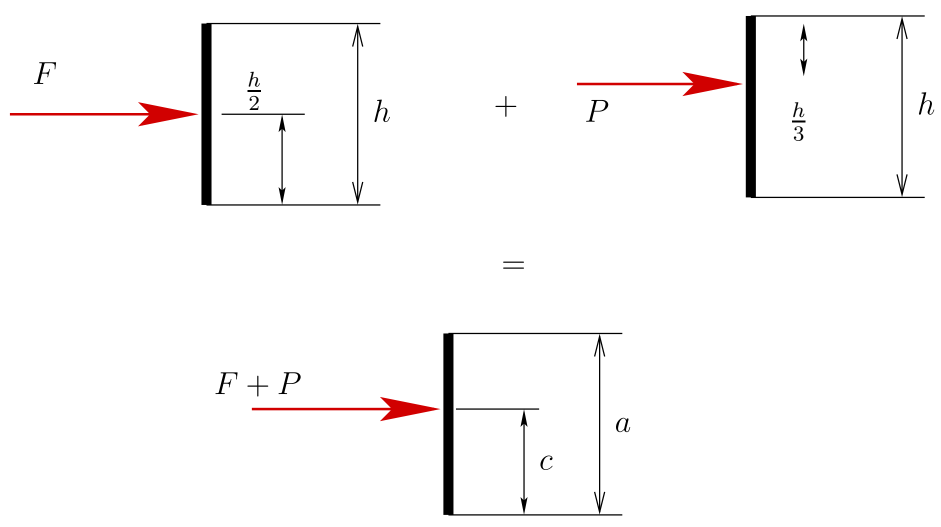
Ces 2 répartitions de force équivalent à celle ci :



ou encore à la somme de ces 2 là :



Ce qui équivaut à des forces ponctuelles positionnées tel que :



Exercice n°2 – 5 pts

1) La vitesse du fluide par rapport au profil est :

$$\mathcal{R} = \frac{V_\infty c}{\nu} \quad \Longrightarrow \quad V_\infty = \frac{\mathcal{R}\nu}{c} = 60 \text{ m.s}^{-1}$$

.... **[0.5]**

Le nombre de Mach est :

$$\mathcal{M} = \frac{V_\infty}{V_{son}} = 0.17 < 0.2$$

Le fluide peut être considéré comme incompressible. .... **[1]**

2) On a $C_x = 0.00818$ et $C_z = 1.3135$.

La trainée par unité d'envergure est :

$$\frac{T}{L} = \frac{1}{2}\rho c C_x {V_\infty}^2 \approx 9.13 \text{ N.m}^{-1} \qquad \text{représentée par 0.9 mm soit quasiment 1 mm}$$

La portance par unité d'envergure est :

$$\frac{P}{L} = \frac{1}{2}\rho c C_z {V_\infty}^2 \approx 1465 \text{ N.m}^{-1} \qquad \text{représentée par 146 mm}$$

.... **[1.5]**

dessin .... **[1.5]**

3) Bernoulli donne la pression au point d'arrêt :

$$p - p_\infty = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 = 2232 \text{ Pa}$$

.... **[0.5]**

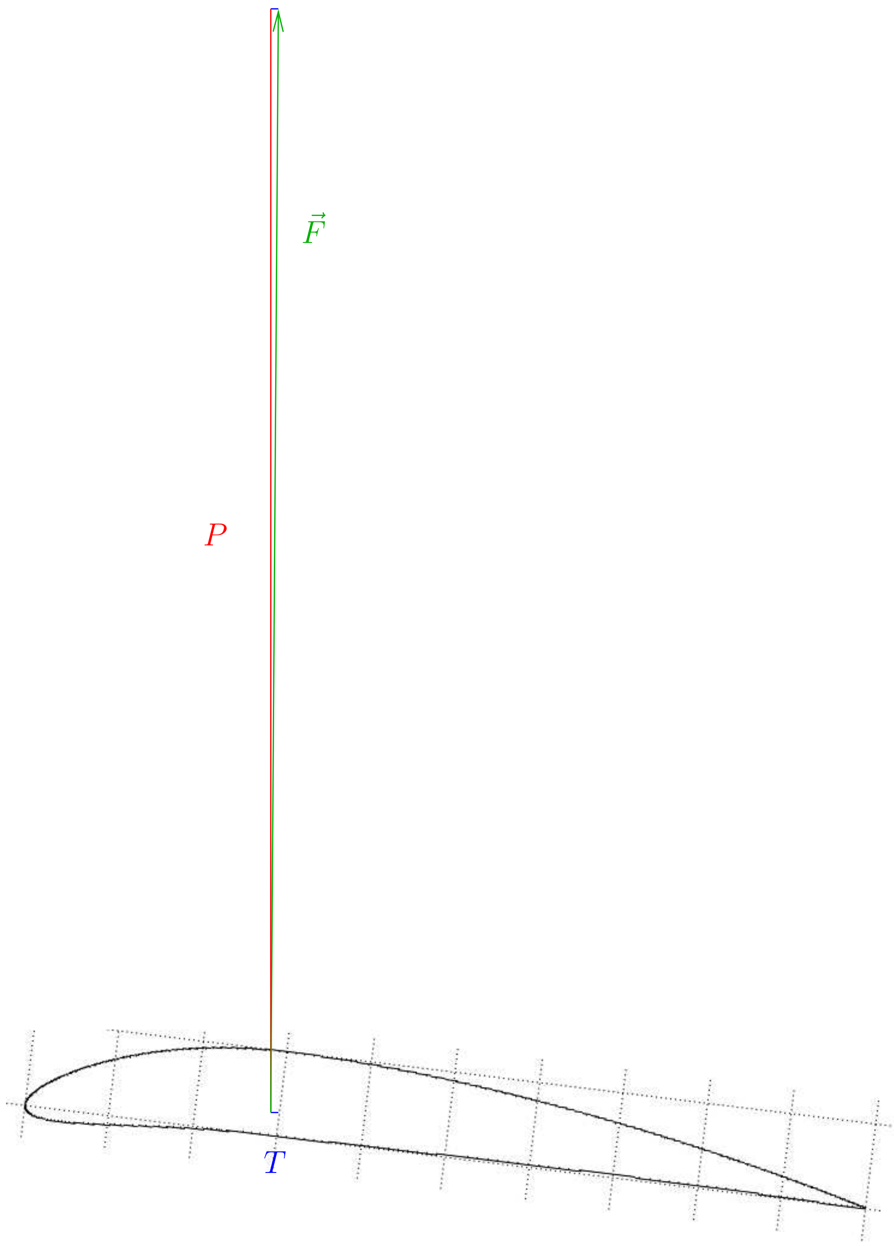
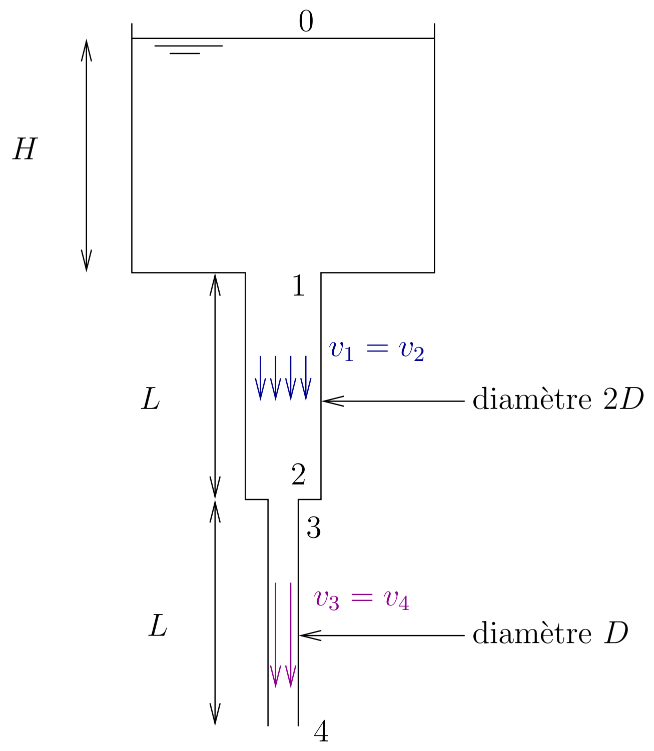


FIG. 1 – Profil NACA5310 incliné à 7° par rapport aux bords horizontaux de la feuille ; P et T sont parallèles aux bords de la feuille car la vitesse subie est elle aussi parallèle au bord horizontal de la feuille.

Exercice n°3 _ Ecoulement [7.5 pts]



La conservation du débit volumique donne :

$$v_1 = v_2 \text{ et } v_3 = v_4 \text{ ainsi que } q_v = v_3 \frac{\pi D^2}{4} = v_1 \frac{\pi 4 D^2}{4} \quad \Longrightarrow \quad v_3 = 4 v_1$$

. . . . **[0.25]**

En écrivant Bernoulli sur le tube ou la ligne de courant on a :

$$\begin{aligned}
X_1 &= X_0 - \xi_e \rho \frac{v_1^2}{2} \\
X_2 &= X_1 - \Delta X_{r12} \qquad \text{où } \Delta X_{r12} = \lambda_{12} \frac{L}{2D} \rho \frac{v_1^2}{2} \\
X_3 &= X_2 - \xi_c \rho \frac{v_3^2}{2} \\
X_4 &= X_3 - \Delta X_{r34} \qquad \text{où } \Delta X_{r34} = \lambda_{34} \frac{L}{D} \rho \frac{v_3^2}{2}
\end{aligned}$$

. . . . **[0.5+0.5]**

La somme des 4 équations précédentes donne :

$$p_4 + \rho g z_4 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 = p_0 + \rho g z_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 - \xi_e \rho \frac{v_1^2}{2} - \xi_c \rho \frac{v_3^2}{2} - \lambda_{12} \frac{L}{2D} \rho \frac{v_1^2}{2} - \lambda_{34} \frac{L}{D} \rho \frac{v_3^2}{2}$$

avec $p_4 = p_0 = p_a$ et $v_0 = 0$ et $z_0 - z_4 = H + 2L$ donc :

$$\rho g (H + 2L) = \left(1 + \xi_c + \lambda_{34} \frac{L}{D}\right) \frac{1}{2} \rho v_3^2 + \left(\xi_e + \lambda_{12} \frac{L}{2D}\right) \rho \frac{v_1^2}{2}$$

Ce qui se traduit par : l'énergie volumique potentielle de pesanteur permet d'avoir de l'énergie cinétique volumique en sortie (4) et de vaincre les pertes singulières et régulières. En utilisant une seule vitesse, on écrit :

$$2g(H + 2L) = \left(16 + 16\xi_c + 16\lambda_{34} \frac{L}{D} + \xi_e + \lambda_{12} \frac{L}{2D}\right) v_1^2$$

. . . . **[1.5]**

ou

$$2g(H+2L) = \left(1 + \xi_c + \lambda_{34}\frac{L}{D} + \frac{1}{16}\xi_e + \lambda_{12}\frac{L}{32D}\right) v_3^2$$

Si l'on considère les pertes négligeables, on a :

$$2g(H+2L) = 16v_1^2 \quad \Longrightarrow \quad v_1 = \sqrt{\frac{1}{8}g(H+2L)} = 4.32 \mathrm{m.s}^{-1} \quad \Longrightarrow \quad v_3 = 17.27 \ \mathrm{m.s}^{-1}$$

. . . . **[1]**

Les nombres de Reynolds sont :

$$\mathcal{R}_1 = \frac{v_1 2D}{\nu} = 215865 \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_3 = \frac{v_3 D}{\nu} = 431729$$

. . . . **[0.5]**

Ce qui nous permet d'estimer les coefficients de perte régulière :

$$\begin{aligned} \lambda_{34} &= \left[2\log\left(3.71\frac{D}{\varepsilon}\right)\right]^{-2} = 0.0284 \\ \lambda_{12} &= \left[2\log\left(3.71\frac{2D}{\varepsilon}\right)\right]^{-2} = 0.0234 \end{aligned}$$

. . . . **[0.25]**

On calcule alors :

$$\left(16 + 16\xi_c + 16\lambda_{34}\frac{L}{D} + \xi_e + \lambda_{12}\frac{L}{2D}\right) = 55.23$$

pour déterminer :

$$v_1 = \sqrt{\frac{1}{55.23}2g(H+2L)} = 2.32 \mathrm{m.s}^{-1} \quad \Longrightarrow \quad v_3 = 9.29 \ \mathrm{m.s}^{-1}$$

puis $q_v = 0.00456 \ \mathrm{m}^3.\mathrm{s}^{-1} = 4.56 \ \mathrm{l.s}^{-1}$.

Les nombres de Reynolds sont toujours supérieurs à 10^5 ce qui permet de pouvoir considérer les coefficients λ constants :

$$\mathcal{R}_1 = \frac{v_1 2D}{\nu} = 116182 \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_3 = \frac{v_3 D}{\nu} = 232365$$

L'écoulement est turbulent dans les 2 conduites. . . . . **[3]**