Licence L2 - PCSTM
Mineure Mécanique des Fluides
2^{nde} session 2011-2012 _ Durée : 2h00
Responsable : L. Blanchard
Documents interdits _ Calculatrice autorisée

Exercice n°1 _ Densité de mazout - 2.5 pts

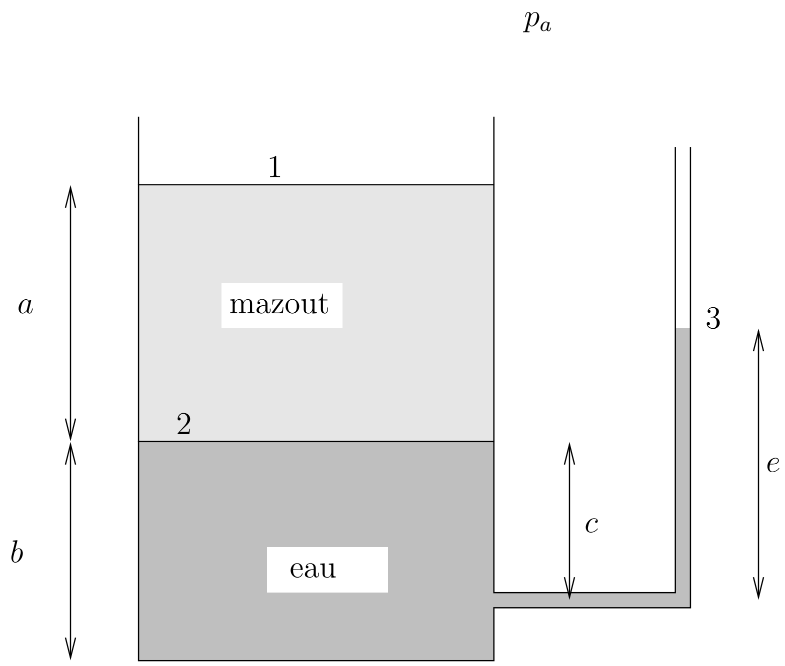
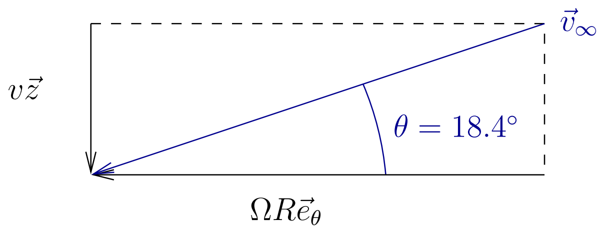


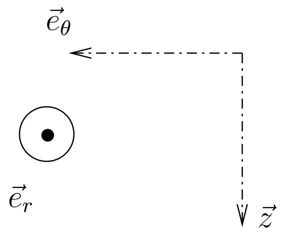
Fig. 1 – Détermination de la densité du mazout.

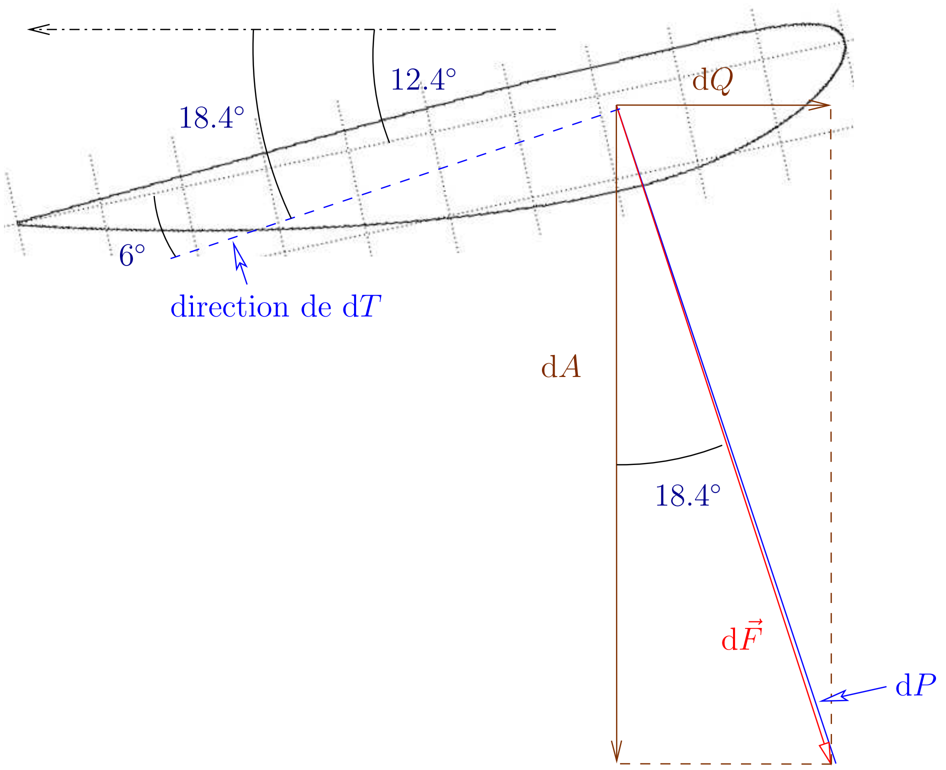
La statique des fluide permet d'écrire :

$$
\begin{aligned}
p_1 + \rho_2 g z_1 &= p_2 + \rho_2 g z_2 \quad \text{où} \quad p_1 = p_a \\
p_2 + \rho_1 g z_2 &= p_3 + \rho_1 g z_3 \quad \text{où} \quad p_3 = p_a \\
\Longrightarrow \quad p_2 = p_3 + \rho_1 g (z_3 - z_2) &= p_1 + \rho_2 g (z_1 - z_2) \\
\Longrightarrow \quad \rho d_1 g (e - c) &= \rho d_2 g a \\
\Longrightarrow \quad d_2 &= \frac{e-c}{a} d_1 = \frac{105 - 55}{65} d_1 = 0.769 d_1 = 0.808
\end{aligned}
$$

Exercice n°2 – Effort élémentaire sur profil d'éolienne - 8.5 pts







1) $v = 6$ m.s^{-1}, $\Omega R = 18$ m.s^{-1}, $v_\infty = \sqrt{v^2 + (\Omega R)^2} = 18.97$ m.s^{-1} .... **[0.5]**

2) L'angle entre la direction de la vitesse $\vec{v}_\infty$ et $\vec{e}_\theta$ est $\arctan\left(\frac{\Omega R}{v}\right) = 18.4°$.
L'angle de calage entre la corde et $\vec{e}_\theta$ étant 12.4°, l'angle d'incidence est $\alpha = 18.4° - 12.4° = 6°$ .. **[0.5]**

3)

$$\mathcal{R} = \frac{v_\infty c}{\nu} = 500905$$

.... **[0.5]**

4) Pour $\alpha = 6°$ et $\mathcal{R} = 500905$ les polaires donnent $C_x = 0.0120$ et $C_z = 1.075$, ce qui donne :

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}y} = \frac{1}{2}\rho c C_x {v_\infty}^2 = 1.0 \text{ N.m}^{-1} \qquad \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}y} = \frac{1}{2}\rho c C_z {v_\infty}^2 = 92 \text{ N.m}^{-1} \qquad \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T} = \frac{C_z}{C_x} \approx 92$$

. . . . **[2.5]**

5) La trainée étant très faible, elle est quasi invisible sur le dessin (trait de 1 mm) et le vecteur force exercé le profil est quasiment confondu avec la composante de portance (1 N/m représenté par 1 mm). On trace alors les composantes axiale dA et tangentielle dQ ; On mesure ces composantes en mm pour les traduire en N/m. . . . . **[2]**
On peut également effectuer un calcul : l'angle entre $\vec{z}$ et dP est 18.4° et l'angle entre $\vec{z}$ et d$\vec{F}$ est légèrement inférieur mais très proche. On peut alors calculer :

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}y} &\approx \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}y}\cos(18.4°) \approx \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}y}\cos(18.4°) = 87 \text{ N/m} \\ \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}y} &\approx \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}y}\sin(18.4°) \approx \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}y}\sin(18.4°) = 29 \text{ N/m} \end{aligned}$$

. . . . **[1.5]**

Exercice n°3 – Réservoir de jardin - 9 pts

Bernoulli s'écrit sur le tube de courant en notant la charge X_i :

$$\begin{aligned} X_0 &= X_1 \\ X_1 - \Delta X_{se} &= X_2 \qquad \text{où } \Delta X_{se} = \xi_e \rho \frac{v^2}{2} \\ X_2 - 2\Delta X_{sc} - \Delta X_r &= X_3 \qquad \text{où } \Delta X_{sc} = \xi_c \rho \frac{v^2}{2} \qquad \text{et } \Delta X_r = \lambda \frac{L}{D} \rho \frac{v^2}{2} \end{aligned}$$

. . . . **[2]**

L'addition des 3 égalités donne :

$$\begin{aligned} X_3 &= X_0 - \Delta X_{se} - 2\Delta X_{sc} - \Delta X_r \\ p_{atm} + \rho g z_3 + \rho \frac{v^2}{2} &= p_{atm} + \rho g z_0 - \Delta X_{se} - 2\Delta X_{sc} - \Delta X_r \\ \rho \frac{v^2}{2} &= \rho g (H+e) - \left(\xi_e + 2\xi_c + \lambda \frac{L}{D}\right) \rho \frac{v^2}{2} \end{aligned}$$

ce qui se traduit par l'énergie volumique cinétique du fluide provient de son énergie potentielle en haut du réservoir mais est diminué des pertes régulières et singulières. On obtient :

$$g(H+e) = \left(1 + \xi_e + 2\xi_c + \lambda \frac{L}{D}\right) \frac{v^2}{2}$$

. . . . **[1.5]**

Déterminons la vitesse lorsqu'il n'y a pas de perte soit :

$$g(H+e) = \frac{v^2}{2} \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{2g(H+e)} \approx 5 \text{ m.s}^{-1}$$

. . . . **[0.5]**

Déterminons la vitesse lorsqu'il n'y a que les pertes singulières :

$$\frac{g(H+e)}{(1+\xi_e+2\xi_c)} = \frac{v^2}{2} \quad \Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2g(H+e)}{(1+\xi_e+2\xi_c)}} \approx 3.49 \text{ m.s}^{-1}$$

. . . . **[0.5]** et le nombre de Reynolds est alors :

$$\mathcal{R} = \frac{vD}{\nu} = 34851$$

.... **[0.5]**

Dans ce cas le coefficient de perte de charge vaut :

$$\lambda = (100\mathcal{R})^{-\frac{1}{4}} = 0.0231 \quad \Longrightarrow \quad \lambda\frac{L}{D} = 23.14$$

valeur qui est bien plus grande que $1+\xi_e+2\xi_c$. Les pertes régulières ne peuvent pas être négligées, bien au contraire. .... **[0.5]**
Avec cette valeur, on recalcule la vitesse :

$$v = \sqrt{\frac{2g(H+e)}{\left(1+\xi_e+2\xi_c+\lambda\frac{L}{D}\right)}} \approx 1.01 \text{ m.s}^{-1}$$

.... **[0.5]**

et le nombre de Reynolds est alors :

$$\mathcal{R} = \frac{vD}{\nu} = 10052$$

Dans ce cas le coefficient de perte de charge vaut :

$$\lambda = (100\mathcal{R})^{-\frac{1}{4}} = 0.0316 \quad \Longrightarrow \quad \lambda\frac{L}{D} = 31.58$$

On procède par itérations :

$v(\text{m.s}^{-1})$	$\mathcal{R}$	$\lambda\frac{L}{D}$	$(\mathcal{R}-\mathcal{R}\text{précédent})/\mathcal{R}(\%)$
1.01	10052	31.58	−246.72
0.57	5686	36.42	−76.78
0.50	5035	37.54	−12.93
0.48	4785	38.02	−5.23
0.473	4727	38.14	−1.22
0.470	4705	38.18	−0.47
0.470	4699	38.19	−0.12
0.470	4697	38.20	−0.04

On aurait pû arrêter les itérations dès $\mathcal{R} = 4727$ voire même $\mathcal{R} = 4785$. .... **[2]**

La vitesse fournit alors le débit :

$$q_v = v\pi\frac{D^2}{4} = 0.0369 \text{ l.s}^{-1} = 2.21 \text{ l.mn}^{-1}$$

Si le débit était constant le réservoir serait vidé en

$$T = \frac{V}{q_v} = 13550 \text{ s} = 225 \text{ mn} = 3 \text{ h } 45 \text{ mn } 50 \text{ s}$$

Le temps de vidage du réservoir est approximativement du double soit 451 mn soit plus de 7 h 30 mn. **[1]**