On donne pour l'ensemble des exercices :
- l'accélération de la pesanteur : $g = 9.81$ m.s^{-2} ;
- la pression atmosphérique : $p_a = 1.013$ bar $= 101.3$ kPa.

Exercice n°1 – Réservoir de jardin - 9 pts

Un réservoir de jardin d'un volume de 500 litres est destiné à alimenter un potager. On souhaite connaître le débit volumique possible q_v. On considère que le réservoir est remplit d'eau et que son niveau reste constant (cf FIG. 1).
On note $H = 1$ m la hauteur entre le niveau supérieur du réservoir et la sortie reliée à un tuyau de diamètre intérieur $D = 1$ cm et de longueur $L = 10$ m.
Le réservoir est surélevé de la distance $e = 30$ cm.
Le tuyau alimentant le potager n'est pas rectiligne : on considèrera qu'il y a 2 coudes de perte charge $\xi_c = 0.3$ sur les 10 mètres de long.
Le coefficient de perte de charge singulière à l'entrée du tuyau (à la sortie du réservoir) est noté $\xi_e = 0.5$.
La rugosité de la paroi du tuyau est $\epsilon = 0.1$ mm.
La masse volumique de l'eau est $\rho = 1000$ kg.m^{-3} et sa viscosité cinématique $\nu = 10^{-6}$ m^2.s^{-1}.
Les formules évaluant le coefficient de perte de charge régulière à partir du nombre de Reynolds sont :
- si $\mathcal{R} < 2000 \quad \Longrightarrow \quad \lambda = \dfrac{64}{\mathcal{R}}$;
- si $2000 < \mathcal{R} < (10^5) \quad \Longrightarrow \quad \lambda = (100\mathcal{R})^{-\frac{1}{4}}$;
- si $\mathcal{R} > (10^5) \quad \Longrightarrow \quad \lambda = \left[2 \log\left(3.71 \dfrac{D}{\varepsilon}\right)\right]^{-2}$

Questions :
Après avoir précisé vos notations sur la FIG. 1 qui sera rendue avec la copie, établissez les relations permettant de calculer la vitesse v.
Calculez cette vitesse v dans le cas où toutes les pertes de charge sont négligées.
Calculez cette vitesse v dans le cas où la perte de charge régulière est négligée.
Calculez alors le nombre de Reynolds $\mathcal{R}$ de l'écoulement.
Déduisez en le coefficient de perte de charge régulière λ.
Calculez alors la vitesse v sans négliger les pertes.
Recalculez le nombre de Reynolds $\mathcal{R}$ de l'écoulement et procédé par itérations successives jusqu'à obtenir une erreur relative inférieure à 6% entre le précédent $\mathcal{R}$ et le $\mathcal{R}$ calculé.
Calculez le débit volumique q_v.
Si ce débit était constant, quel serait le temps de vidange ?
En réalité le débit n'est pas constant lorsque le réservoir se vide et ne se remplit pas, faute de pluie. Le temps de vidange est approximativement deux fois plus important que si le débit était constant. Donnez le temps de vidange.

Exercice n°2 — Densité de mazout - 2.5 pts

Un réservoir (cf FIG. 2) est rempli d'eau de mer de densité $d_1 = 1.05$, puis d'un mazout de densité à déterminer d_2. La hauteur d'eau de mer dans le réservoir est notée b, celle de mazout a.
Le côté du réservoir est muni d'une prise de pression (de très petite dimension) qui indique une hauteur e d'eau de mer. Cette prise de pression est à la distance c de la séparation du mazout et de l'eau de mer.
La surface libre de chacun des 2 fluides en contact avec l'air est à la pression atmosphérique.
On donne les cotes :
$a = 65$ cm , $b = 70$ cm , $c = 55$ cm, $e = 105$ cm.

Questions :
Après avoir précisé vos notations sur la FIG. 2 qui sera rendue avec la copie, écrivez les équations qui permettent de déterminer la densité du mazout et calculez cette densité d_2.

Exercice n°3 — Effort élémentaire sur un profil d'éolienne - 8.5 pts

La FIG. 3 représente une éolienne à 2 pales, vue du sol, dont l'axe tourne à la vitesse de rotation $-\Omega\vec{z}$ ($\Omega = 0.3$ tr.s^{-1}) sous l'effet d'un vent $v\vec{z}$ (vitesse de l'air par rapport au sol suffisament loin des pales : $v = 21.6$ km.h^{-1}).
On s'intéresse à un profil de la pale située au premier plan sur la FIG. 3 ; Vous devriez voir qu'à l'instant où est prise cette photo, l'extrémité de cette pale se rapproche du sol.
Le point O est sur l'axe de rotation et M est un point du plan de ce profil positionné par $\vec{OM} = R\vec{e}_r$ où $R = 9.55$ m.
La base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{z})$ est orthonormée directe.
La FIG. 4 représente ce profil situé dans un plan perpendiculaire à $\vec{e}_r$. Le point M est dans ce plan. La corde de ce profil est $c = 39.6$ cm. L'angle de calage de ce profil situé entre la direction $\vec{e}_\theta$ et la corde est 12.4° (cf FIG. 4).
On donne la masse volumique de l'air $\rho = 1.2$ kg.m^{-3} et sa viscosité cinématique $\nu = 0.15\,10^{-4}$ m^2.s^{-1}.

1) Tracez à l'échelle sur la FIG. 4 :
- un vecteur représentant la vitesse de l'air par rapport au sol suffisament loin des pales ;
- un vecteur représentant la vitesse du profil par rapport au sol due à la rotation ;
- le vecteur représentant la vitesse de l'air par rapport au profil ;

2) Calculez alors la valeur de l'angle d'incidence α subit par le profil. On rappelle que l'angle d'incidence est situé entre la direction de la vitesse de l'air par rapport au profil et la corde du profil.

3) Calculez numériquement le nombre de Reynolds $\mathcal{R}$ relatif à l'écoulement autour du profil de pale.

4) A partir des polaires du profil (cf FIG. 5 qui sera rendue avec vos tracés), évaluez les coefficients aérodynamiques de portance $C_L = C_z$ et de trainée $C_D = C_x$ du profil.
En déduire les valeurs de la trainée par unité d'envergure et de la portance par unité d'envergure.

5) Tracez à l'échelle sur la FIG. 4 :
- la trainée par unité d'envergure ;
- la portance par unité d'envergure ;
- le vecteur représentant la force par unité d'envergure exercée sur ce profil ;
- la composante axiale (suivant la direction $\vec{z}$) par unité d'envergure exercée sur ce profil ;
- la composante tangentielle (suivant la direction $\vec{e}_\theta$) par unité d'envergure exercée sur ce profil.

En déduire graphiquement les valeurs approximatives de ces composantes axiale et tangentielle par unité d'envergure (la détermination numérique exacte n'est pas demandée mais peut être éventuellement effectuée à la place de la détermination graphique).

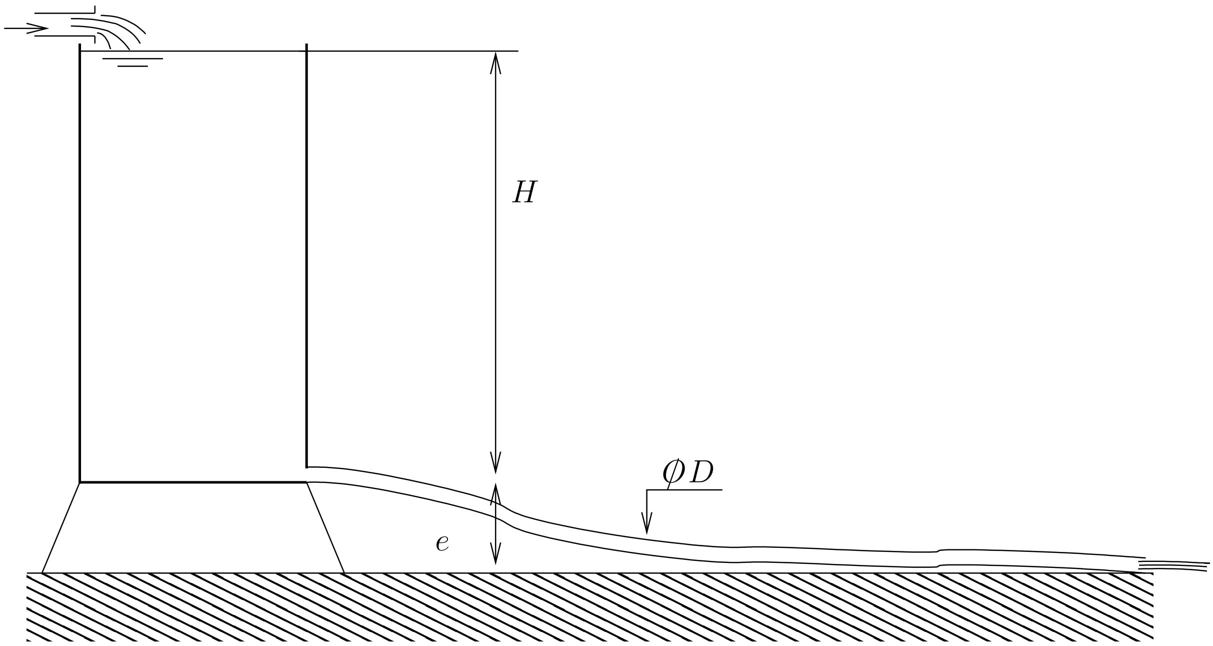

FIG. 1 – Réservoir de jardin.

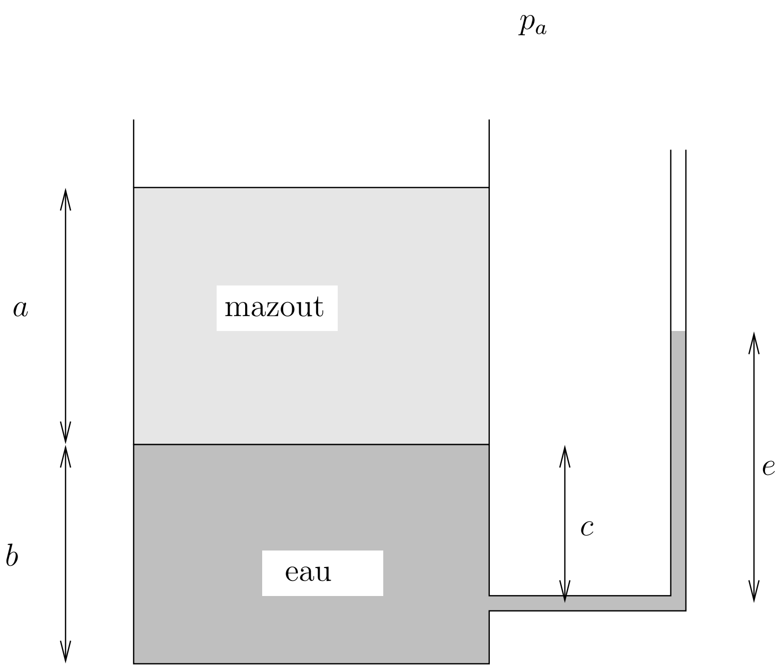

FIG. 2 – Détermination de la densité du mazout.

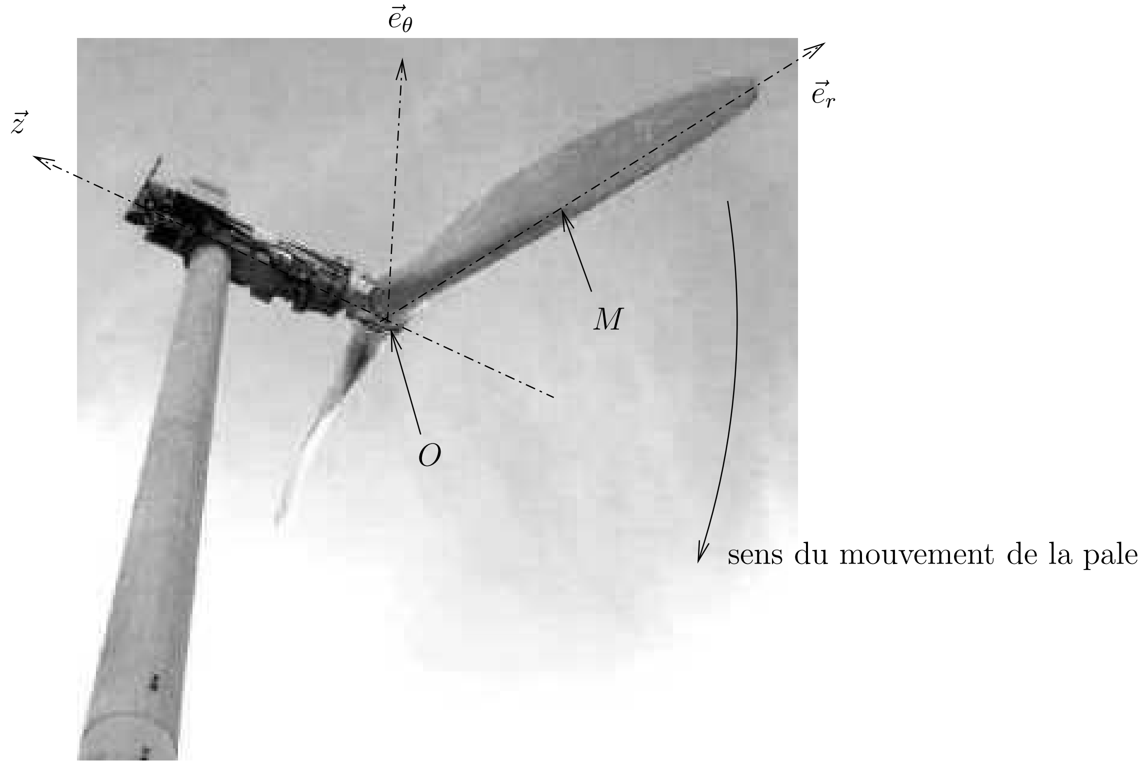

FIG. 3 – Eolienne constituée de 2 pales tournant à la vitesse de rotation $-\Omega\vec{z}$ $(\Omega > 0)$

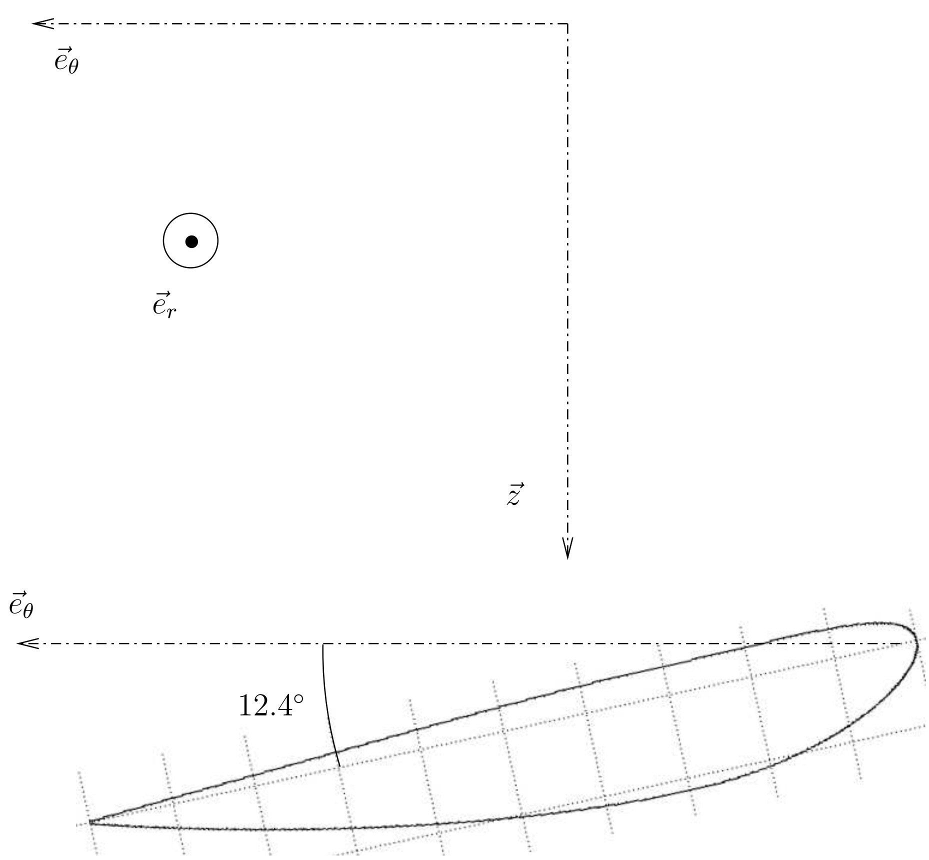

FIG. 4 – Le profil de pale.

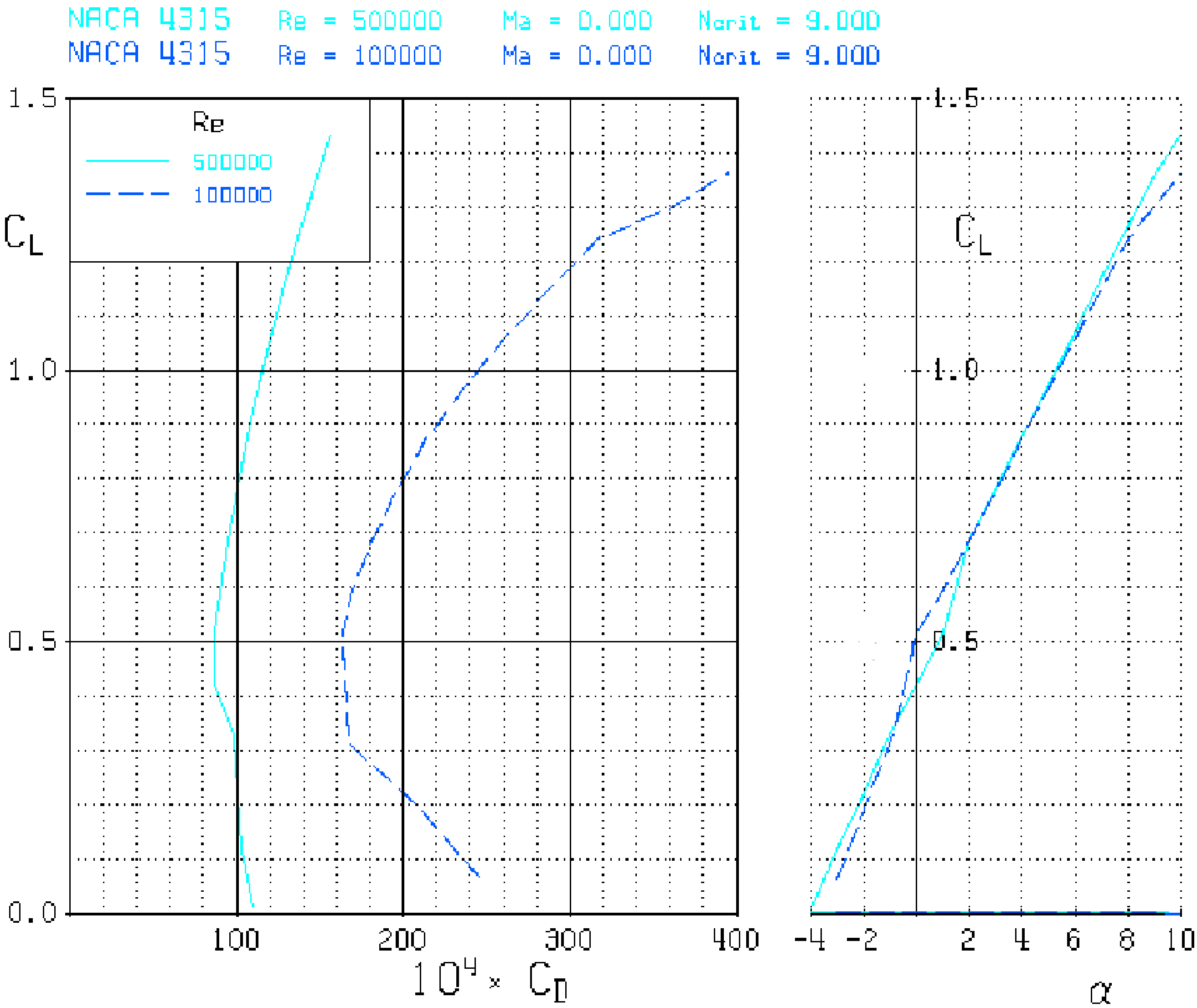

FIG. 5 – Polaires du profil NACA 4315 aux deux nombres de Reynolds $\mathcal{R} = 100000$ et 500000.