On donne pour l'ensemble des exercices :
– l'accélération de la pesanteur : $g = 9.81$ m.s^{-2} ;
– la pression atmosphérique : $p_a = 1.013$ bar $= 101.3$ kPa.

Exercice n°1 _ 3.5 pts

Le jet d'eau situé sur le lac de Genève peut monter jusqu'à une hauteur de $H = 140$ m.
A sa base, le jet possède un diamètre de $D = 110$ mm.
On supposera qu'il n'y a pas de frottements entre le jet d'eau et l'air.
La masse volumique de l'eau est $\rho = 1000$ kg.m^{-3}.

Fig. 1 – Vue aérienne du jet d'eau de Genève.

Calculez :
– la vitesse du jet d'eau à la base du jet ;
– le débit volumique du jet ;
– la puissance de ce jet d'eau c-à-d la puissance que possède l'eau en sortie de jet ;
– la pression effective au point d'arrêt sur une plaque immobile qui serait située horizontalement à 1 mètre au dessus de la sortie du jet.

Exercice n°2 – 10 pts

Un venturi installé dans une conduite d'eau horizontale permet de déterminer le débit volumique q_v du liquide, de masse volumique $\rho = 1000$ kg.m^{-3} et de viscosité cinématique $\nu = 10^{-6}$ m^2.s^{-1}.

Ce venturi est constitué d'un convergent qui permet de faire varier progressivement le diamètre de la conduite du diamètre $D_1 = 50$ mm au diamètre (au col) $D_2 = 30$ mm puis d'un divergent qui permet de faire revenir au diamètre à D_1.

Des prises de pression statique sont situées comme l'indique les figures et permettent de mesurer la différence de pression du fluide entre les sections 1 et 2.
La pression du fluide varie très faiblement dans chacunes des sections droites 1 et 2. On considèrera donc que $p_1 = p_3$ et que $p_2 = p_4$.
Les points 1, 2, 3 et 4 sont à la même altitude. Les points 1 et 2 sont sur l'axe de la conduite. Les points 3 et 4 sont à l'entrée des tubes de pression statique, au ras des sections droites 1 et 2.
Les 2 tubes de pression statique sont raccordés par un tube en U contenant du mercure. On mesure la différence d'altitude $H = 36$ mm entre les 2 niveaux de mercure (points 5 et 6) de masse volumique $\rho' = 13600$ kg.m^{-3}.

On négligera toutes les pertes de charge pour effectuer les calculs.

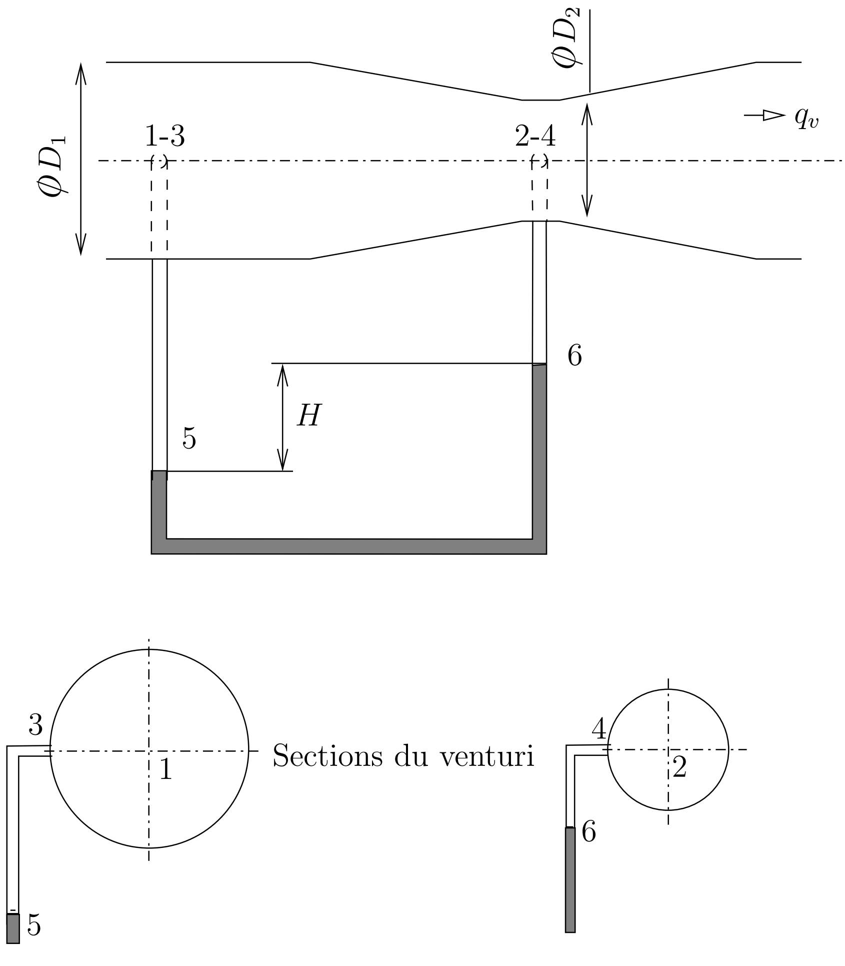

Fig. 2 – Venturi en coupe et en sections pour visualiser la position des notations.

Après avoir précisé la provenance de l'ensemble de vos équations, établissez la relation permettant de calculer le débit volumique q_v.
Calculez numériquement q_v.
Calculez numériquement les vitesses moyennes et les nombres de Reynolds dans les sections 1 et 2. Précisez le type d'écoulement.

Exercice n°3 – 6.5 pts

Considérons un anémomètre qui tourne autour d'un axe à la vitesse de rotation Ω sous l'effet d'un vent v (air à la masse volumique $\rho = 1.24$ kg.m^{-3}). Cet anémomètre est constitué de deux coupelles identiques fixées à un axe par l'intermédiaire d'une tige de trainée négligeable. Ces 2 coupelles sont à la distance R de l'axe : leur taille est petite devant $R = 5$ cm. Ces deux coupelles (1) et (2) possèdent la même surface projetée $S = 1.5$ cm^2 et des coefficients aérodynamiques respectifs $C_{x1} = 0.42$ et $C_{x2} = 1.26$ lorsqu'elles sont dans la position de la figure.

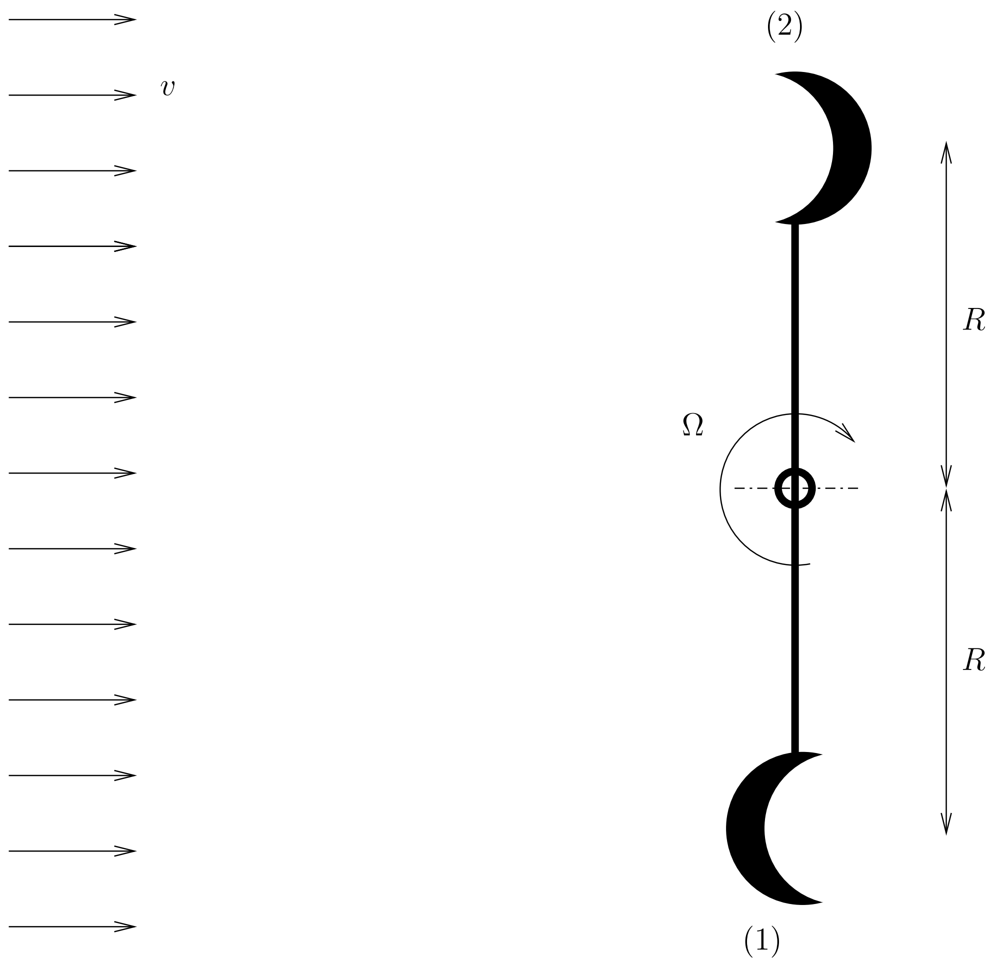

FIG. 3 – Anémomètre à 2 coupelles.

Déterminez l'expression de la force de trainée sur chacune des coupelles et en déduire le moment sur l'axe de rotation puis la puissance fournie par le vent à l'anémomètre lorsqu'il est dans la position de la figure.

N.B. : Vous pourrez, si vous le souhaitez, déterminer cette puissance sans utiliser ce moment...

Vérifiez que la puissance précédente se met sous la forme :

$$\mathcal{P} = A\left[3(1-x)^2 - (1+x)^2\right] x v^3 \quad \text{où} \quad x = \frac{\Omega R}{v}$$

où vous expliciterez puis calculerez numériquement la constante A.

Sur un tour de fonctionnement, on remarque expérimentalement que la puissance moyenne $\mathcal{P}_{moy}$ fournie par le vent à l'anémomètre est proportionnelle à cette précédente expression soit $\mathcal{P}_{moy} = k\mathcal{P}$ où $k = 0.35$ est une constante.

Déterminez la valeur de x qui maximise cette puissance moyenne.

Calculez alors le maximum de cette puissance moyenne pour un vent $v = 21.6$ km.h^{-1}.

Quelle est alors la vitesse de rotation Ω correspondante.