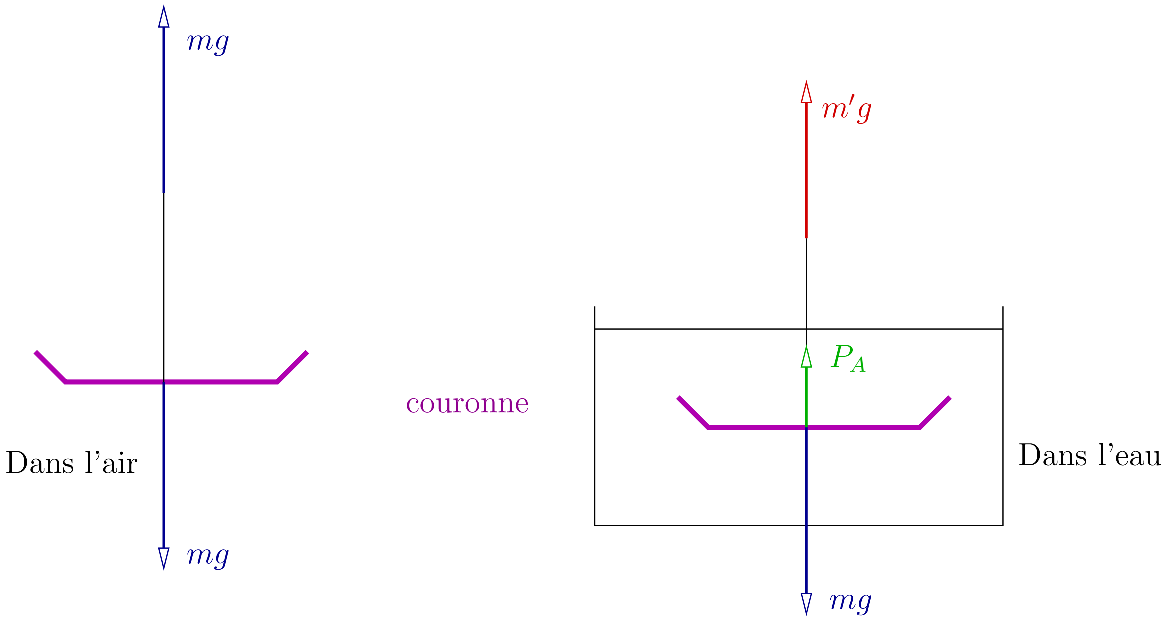

Dans l'air, on néglige la poussée d'Archimède. La masse de la couronne est $m = 7.465$ kg avec $m = \rho_c V$ où ρ_c est la masse volumique du matériau de la couronne et V le volume de la couronne.

Dans l'eau, la couronne est soumise à la poussée d'Archimède P_A, à son poids mg et à l'action de la balance qui mesure $m'g$ où $m' = 6.998$ kg :

$$P_A + m'g = mg \quad \Longrightarrow \quad P_A = (m - m')g$$

où $P_A = \rho V g$ avec V qui est toujours le (même) volume de la couronne et $\rho = 1000$ kg.m^{-3} la masse volumique de l'eau donc :

$$\rho V = m - m' \quad \Longrightarrow \quad V = \frac{m - m'}{\rho} = 0.467\,10^{-3}\ \mathrm{m}^3$$

d'où la masse volumique du matériau constituant la couronne :

$$\rho_c = \frac{m}{V} = \frac{m}{m - m'}\rho \approx 15985\ \mathrm{kg.m}^3 \neq \rho_o$$

Si elle est composée du volume V_o d'or et du volume V_a d'argent :

$$\begin{aligned}
m &= \rho_c V = \rho_o V_o + \rho_a V_a \quad \text{avec} \quad V = V_o + V_a \\
m &= \rho_o V_o + \rho_a (V - V_o) = \rho_a V + (\rho_o - \rho_a) V_o \\
V_o &= \frac{m - \rho_a V}{(\rho_o - \rho_a)} = 0.29108\,10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \\
V_o &= \frac{\rho_c V - \rho_a V}{(\rho_o - \rho_a)} \quad \Longrightarrow \quad \frac{V_o}{V} = \frac{\rho_c - \rho_a}{\rho_o - \rho_a} = 62.3\ \%
\end{aligned}$$

Le volume de la couronne serait composée de 62.3 % d'or et 37.7 % d'argent.
Les pourcentages en masse se déterminent par :

$$\frac{\rho_o V_o}{m} = 75.26\ \%\ \text{d'or et}\ 24.74\ \%\ \text{d'argent}$$

Totalement en or, elle aurait dû peser dans l'air $\rho_o V = 9.013$ kg et dans l'eau $(\rho_o - \rho)V = 8.546$ kg.
Rem : on a négligé la poussée d'Archimède sur le fil qui tient la couronne lorsqu'on l'immerge.