UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Licence L2 - PCSTM
Mineure Mécanique des Fluides
2^{nde} session 2010-2011 _ Durée : 2h00
Responsable : L. Blanchard
Eléments de correction

Exercice n°1 _ 4.5 pts

Le parachutiste étant immobile, on lui applique le **P.F.S.** ; La force aérodynamique de trainée compense son poids. Ce qui nous donne le coefficient aérodynamique de trainée dans la position du parachutiste sur la photo.

$$mg = \frac{1}{2}\rho S C_x v^2 \quad \Longrightarrow \quad C_x = 0.79$$

. . . . **[1.5]**

En position du phœtus où $C_x = 0.5$ la relation du **P.F.S.** donne :

$$mg = \frac{1}{2}\rho S C_x v^2 \quad \Longrightarrow \quad v = 109 \text{ m.s}^{-1} = 392 \text{ km.h}^{-1}$$

. . . . **[1.5]**

On calcule le nombre de Mach pour les 2 écoulements de l'air, connaissant la vitesse du son $c = 350$ m.s^{-1} :

$$\mathcal{M} = \frac{v}{c} = 0.14 \text{ et } 0.31$$

Le premier écoulement de l'air peut être considéré comme l'écoulement d'un fluide incompressible car $\mathcal{M} = 0.14 < 0.2$. Par contre, le second écoulement de l'air doit être considéré comme l'écoulement d'un fluide compressible car $\mathcal{M} = 0.31 > 0.2$. . . . . **[1.5]**

Exercice n°2 _ 7 pts

1) p_i désignant la pression absolue en i, $p_i - p_{atm}$ désigne la pression effective en i.

$$\begin{array}{rl}
\text{Dans l'eau douce : } p_1 = p_a + 2\rho_1 gh & \Longrightarrow \quad p_1 - p_a = 2\rho_1 gh = 35.316 \text{ kPa} \\
p_2 = p_a + 3\rho_1 gh & \Longrightarrow \quad p_2 - p_a = 3\rho_1 gh = 52.974 \text{ kPa} \\
\text{Dans l'eau de mer : } p_3 = p_a + \rho_2 gh & \Longrightarrow \quad p_3 - p_a = \rho_2 gh = 20.306 \text{ kPa} \\
p_4 = p_a + 2\rho_2 gh & \Longrightarrow \quad p_4 - p_a = 2\rho_2 gh = 40.613 \text{ kPa}
\end{array}$$

On peut calculer : $p_1 - p_3 = 15.009$ kPa et $p_2 - p_4 = 12.360$ kPa. . . . . **[2]**

2) cf dessin . . . . **[1]**

3)

$$\left\{ \begin{array}{lcl} F & = & (p_2 - p_4)hb = 11124 \text{ N} \\ P & = & \frac{1}{2}(p_1 - p_3 - (p_2 - p_4))hb = 1192 \text{ N} \end{array} \right.$$

soit une force globale de $F + P = 12316$ N. . . . . **[2]**

Le point d'application de cette force globale sera situé logiquement entre $\frac{h}{2}$ et $2\frac{h}{3}$ du bas de la porte et positionné par :

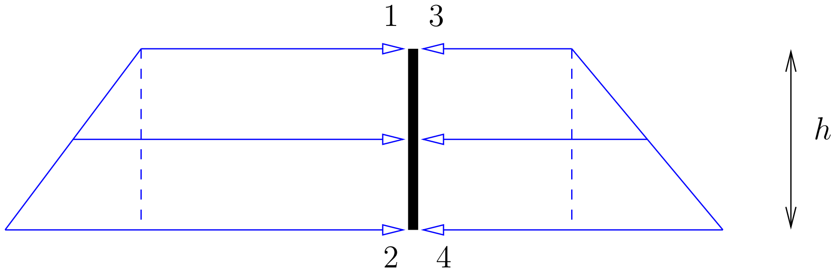
$$(F+P)c = \frac{h}{2}F + 2\frac{h}{3}P \quad \Longrightarrow \quad \frac{c}{h} = \frac{\frac{1}{2}F + \frac{2}{3}P}{F+P} \approx 0.516 \in [0.50; 0.66] \quad \Longrightarrow \quad c = 0.929 \text{ m}$$

. . . . **[2]**

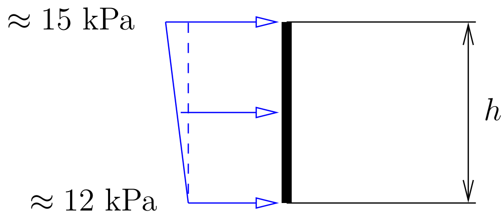
L'intensité de F étant bien supérieure à celle de P, le point d'application de $(F+P)$ est proche de la moitié de la porte.

Rem : Les pressions absolues (qu'il ne fallait pas calculer) sont :

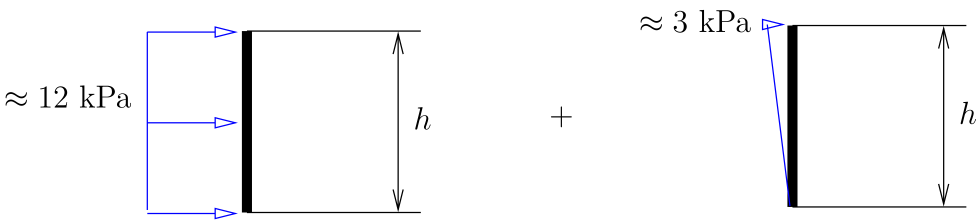
$$p_1 = 136616\text{kPa} \quad ; \quad p_2 = 154274\text{kPa} \quad ; \quad p_3 = 121606\text{kPa} \quad ; \quad p_4 = 141913\text{kPa}$$



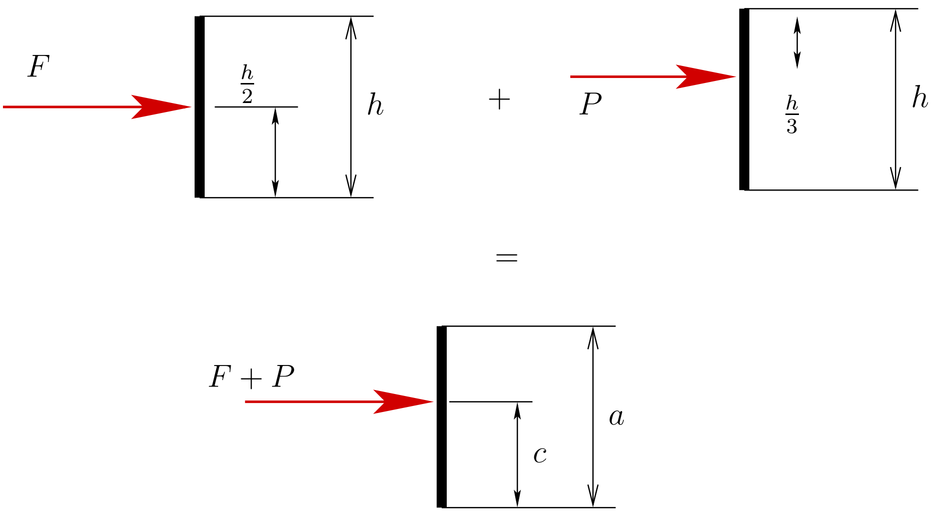
Ces 2 répartitions de force équivalent à celle ci :



ou encore à la somme de ces 2 là :



Ce qui équivaut à des forces ponctuelles positionnées tel que :



Exercice n°3 _ 8.5 pts

1) Conservation du débit volumique :

$$q_v = \frac{\pi D^2}{4} c = \frac{\pi d^2}{4} v \quad \Longrightarrow \quad v = \frac{D^2}{d^2} c = 9c \quad \Longrightarrow \quad v^2 = 81 c^2$$

. . . . **[0.75]**

2) Bernoulli généralisé s'écrit en notant la charge $X_i = p_i + \rho g z_i + \frac{1}{2}\rho v_{moy}^2$:

$$\begin{array}{rcl} X_1 & = & X_0 - \xi_e \frac{1}{2}\rho c^2 \\ X_2 & = & X_1 + \Delta X_i \\ X_3 & = & X_2 - \lambda \frac{L}{D}\frac{1}{2}\rho c^2 \\ X_4 & = & X_3 - \xi_c \frac{1}{2}\rho c^2 \\ X_5 & = & X_4 - \xi_s \frac{1}{2}\rho v^2 \\ \hline X_5 & = & X_0 - (\xi_e + \xi_c + \lambda \frac{L}{D})\frac{1}{2}\rho c^2 - \xi_s \frac{1}{2}\rho v^2 + \Delta X_i \\ p_5 + \rho g z_5 + \frac{1}{2}\rho v^2 & = & p_0 + \rho g z_0 + \frac{1}{2}\rho v_{moy0}^2 - (\xi_e + \xi_c + \lambda \frac{L}{D})\frac{1}{2}\rho c^2 - \xi_s \frac{1}{2}\rho v^2 + \Delta X_i \end{array}$$

Or $p_0 = p_5 = p_a$, $v_{moyO} = 0$, $z_5 = 0$ donc :

$$\frac{81}{2}\rho c^2 = \rho g z_0 - (\xi_e + \xi_c + \lambda \frac{L}{D})\frac{1}{2}\rho c^2 - \xi_s \frac{81}{2}\rho c^2 + \Delta X_i$$
$$\Longrightarrow \quad \Delta X_i = \left(81 + 81\xi_s + \xi_e + \xi_c + \lambda \frac{L}{D}\right)\frac{1}{2}\rho c^2 - \rho g z_0$$

. . . . **[3.5]**

3) Bernoulli s'écrit entre 5 et 6 (la vitesse est nulle en 6) :

$$p_5 + \rho g z_5 + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_6 + \rho g z_6 \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g z_6 \quad \Longrightarrow \quad z_6 = \frac{v^2}{2g}$$

. . . . **[0.75]**

4)

$$v = 20.77\text{m.s}^{-1} \quad ; \quad c = 2.30\text{m.s}^{-1} \quad ; \quad \mathcal{R} = 69253 \quad ; \quad q_v = 1.63\text{l.s}^{-1}$$
$$2000 < \mathcal{R} < 10^5 \quad \Longrightarrow \quad \lambda = (100\mathcal{R})^{-\frac{1}{4}} \approx 0,01949$$
$$\frac{1}{2}\rho c^2 = 2.664\text{kPa} \quad ; \quad \rho g z_0 = 39.24\text{kPa}$$
$$\Delta X_i = \left(81 + \underbrace{81\xi_s}_{40.5} + \underbrace{\xi_e}_{0.5} + \underbrace{\xi_c}_{0.2} + \underbrace{\lambda \frac{L}{D}}_{\approx 65}\right)\frac{1}{2}\rho c^2 - \rho g z_0 = 498 \text{ kPa } - 39.24 \text{ kPa } = 459.486 \text{ kPa}$$

La puissance fournie par la pompe au fluide est $\mathcal{P}_i = q_v \Delta X_i \approx 750$ W

La puissance consommée par la pompe sera $\dfrac{\mathcal{P}_i}{65\%} = 1154$ W

. . . . **[3.5]**