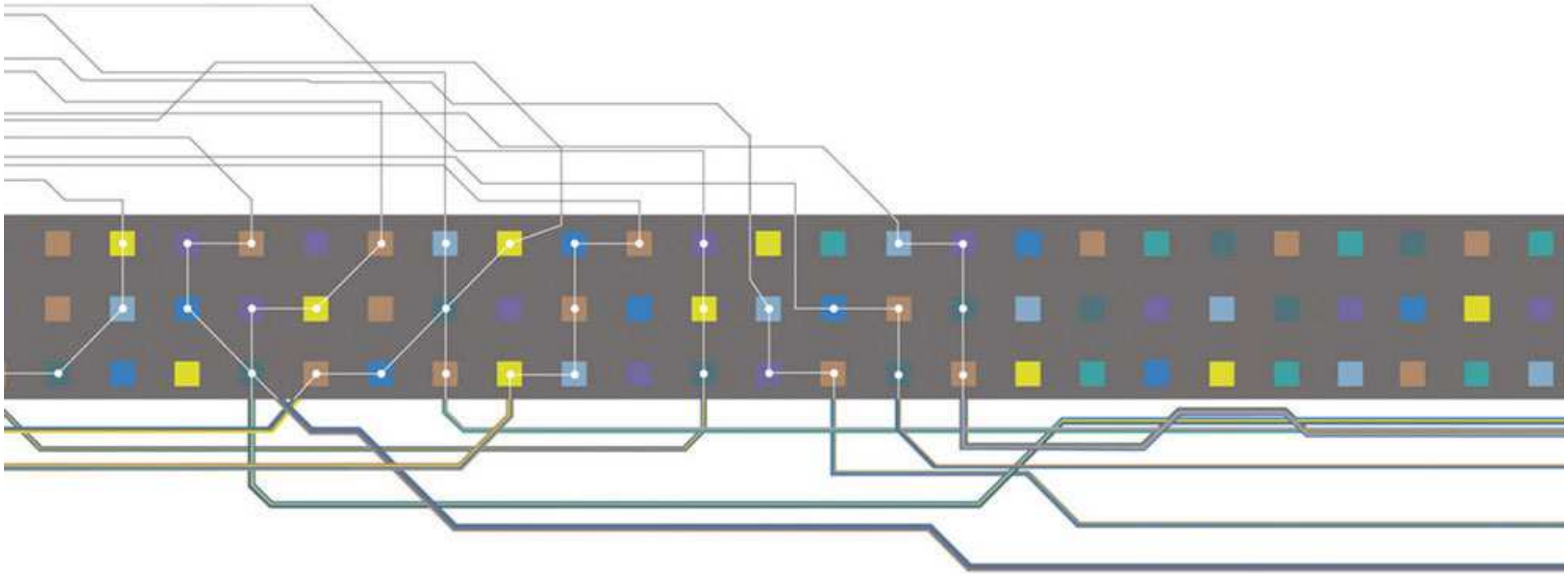
le cnam

THALES



Décomposition de tableaux de cumulants d'ordre 2q en TA – Théorie des réseaux virtuels aux ordres supérieurs

Pascal Chevalier

16 Janvier 2013

Journée GDR Décomposition tensorielle et Applications

Sommaire

- Objectif principal de la présentation
- Traitement d'antenne
- Modélisation et Formulation du problème
  - Goniométrie et Identification
- Méthodes à l'ordre 2
  - Présentation
  - Tableau des cumulants d'ordre 2 des observations
  - Décomposition en somme de tableaux de rang 1
  - Performances et limitations
- Méthodes à l'ordre 2q (q > 1)
  - Présentation
  - Tableaux des cumulants d'ordre 2q des observations et rangements possibles
  - Décomposition en somme de tableaux de rang 1
  - Concept de réseau virtuel
  - Illustrations
  - Performances et limitations
- Conclusion
- Références

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

Objectif principal de la présentation

OBJECTIF PRINCIPAL

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

Objectif principal de la présentation

- **Contexte**
  - Traitement d'antenne
    - Goniométrie
    - Identification
  - En absence de couplage entre antennes
    - Mélanges structurés de sources
  - Aux ordres supérieurs
    - A partir de l'exploitation de tableaux de cumulants d'ordre $2q$ ($q > 1$) des observations
- **Objectif principal**
  - Opérationnel
    - Evaluation du nombre maximal de sources P_{max} pouvant être traitées à partir de N antennes
  - Technique
    - Evaluation du rang maximal des tableaux de cumulants d'ordre 2q des observations
- **Outil exploité**
  - La théorie des réseaux virtuels aux ordres supérieurs
    - [Chevalier, Albéra, Férréol, Comon, IEEE Trans. Signal Processing, 2005]

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

TRAITEMENT D’ANTENNE

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

LE TRAITEMENT D ’ANTENNE

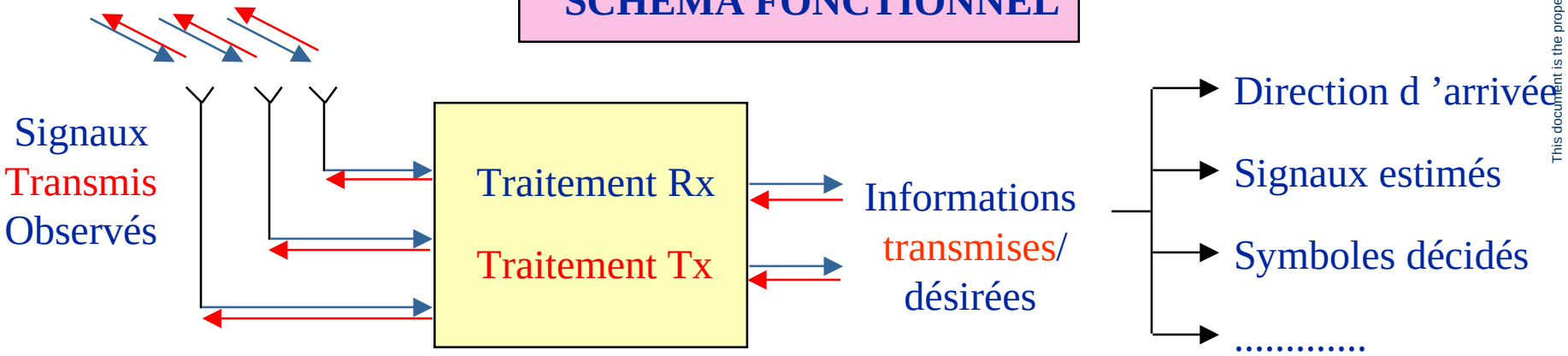
Réception

Traitement des signaux reçus par un réseau d ’antennes dans le but d ’extraire de l ’information
- sur les sources incidentes (Filtrage)
- sur les canaux de propagation (Imagerie Spatio-Temporelle)

Emission

Traitement des signaux émis par un réseau d ’antennes dans le but d ’optimiser
- la transmission de ceux-ci (Filtrage)

SCHEMA FONCTIONNEL

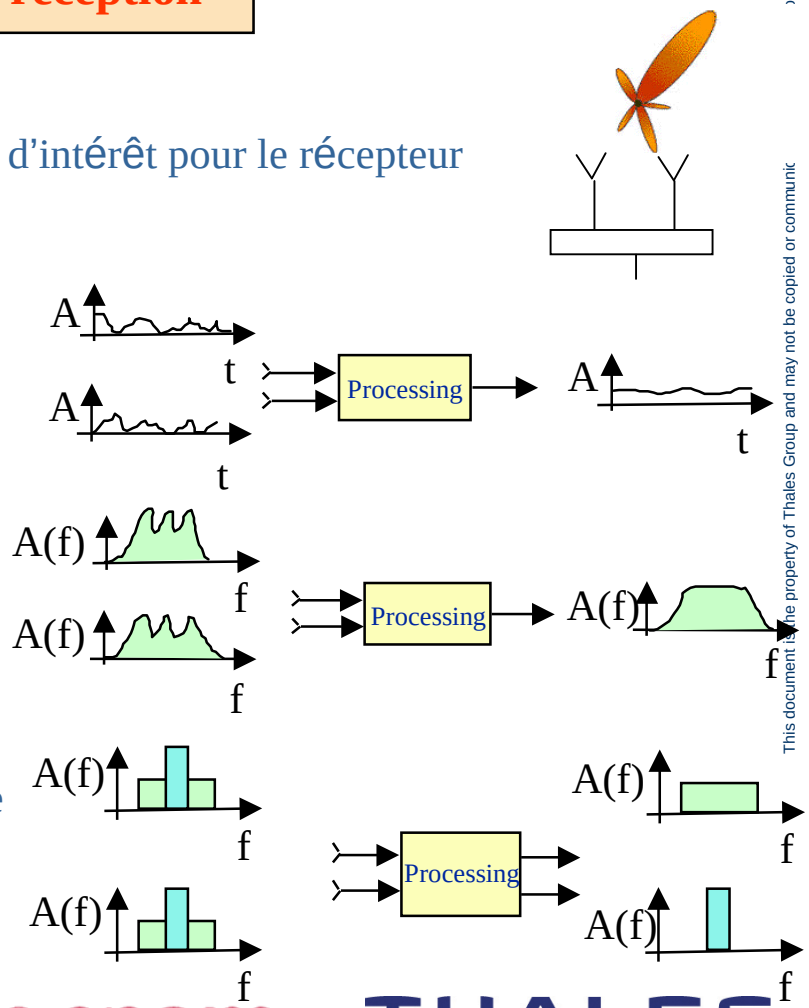


This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

OBJECTIFS DU TRAITEMENT D’ANTENNE

Filtrage d’antenne en réception

- But
  - Optimiser la réception d’une ou de plusieurs sources d’intérêt pour le récepteur
- Fonctions
  - Optimisation du bilan de liaison
  - Traitement du fading induit par les multitrajets
    - Fading plat
    - Fading sélectif
  - Réjection d’interférences
    - Hostiles
    - Involontaires
  - Séparation de sources
- Applications
  - Radiocommunications, Radar, Sonar, Ecoute passive

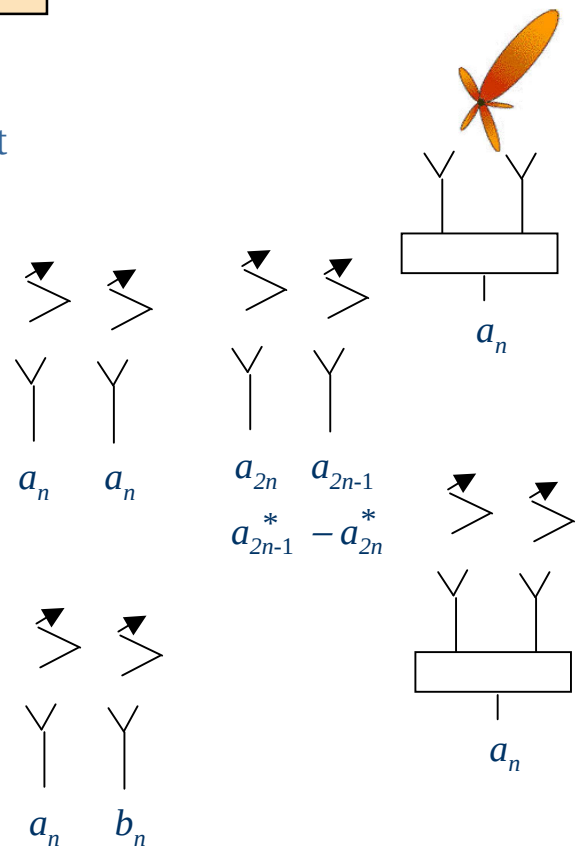


This document is the property of Thales Group and may not be copied or communic
onsent of Thales

OBJECTIFS DU TRAITEMENT D’ANTENNE

Filtrage d’antenne en émission

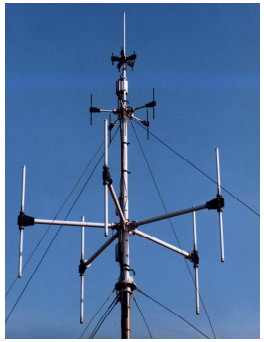
- But
  - Optimiser la transmission d’une ou de plusieurs sources d’intérêt
- Fonctions
  - Conformation de diagramme
    - Synthèse de couverture
    - Formation de faisceau
  - Lutte anti-fading plat induit par les multitrajets
    - Diversité d’espace à l’émission
    - Codage spatio-temporel
      - Sans info de canal (boucle ouverte)
      - Avec info de canal (boucle fermée)
  - Lutte anti-fading sélectif induit par les multi-trajets
    - Précompensation du canal (boucle fermée)
  - Augmentation du débit ou de la capacité
    - Multiplexage spatial (MIMO)
- Applications
  - Radiocommunications, Télécommunications spatiales, Radar, Sonar

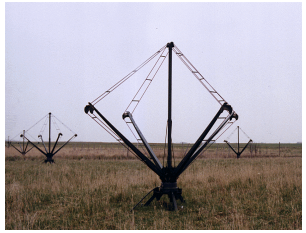


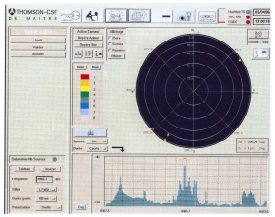
This document is the property of Thales Group and may not be copied or commun
consent of Thales

OBJECTIFS DU TRAITEMENT D’ANTENNE

Imagerie Spatio-Temporelle







- But
  - Donner une image du champs de sources présent
  - Estimer les paramètres spatio-temporels des canaux de propagation associés
- Fonctions
  - Dénombrement
    - Estimation du nombre de sources
  - Goniométrie
    - Estimation des directions d’arrivée (Sites, Azimuts) des sources
  - Analyse Spatio-Temporelle (ST) de canal
    - Nombre de trajets, Dopplers, retards, Signatures spatiales…..
  - Localisation
    - Coordonnées (x, y, z)
- Applications
  - Contrôle du spectre, Radionavigation, Radar, Sonar, Guerre électronique

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

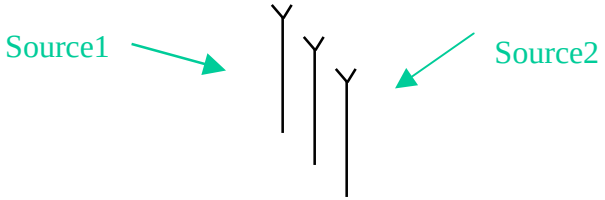
MODELISATION ET FORMULATION DU PROBLEME

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Modélisation et Formulation du problème

Hypothèses

- Réseau de N antennes
- Réception bruitée de *P* sources à bande étroite, centrées et statistiquement indépendantes



Modèle

$$\boldsymbol{x}(t) \approx \sum_{i=1}^{P} m_i(t)\, \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i, f_0) + \boldsymbol{b}(t) = A(f_0)\, \boldsymbol{m}(t) + \boldsymbol{b}(t)$$

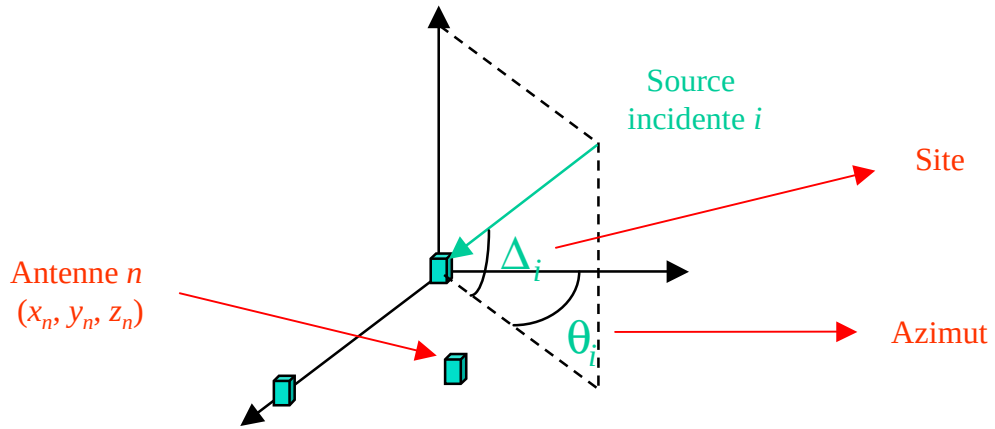
- $\boldsymbol{x}(t)$: Vecteur (N x 1) des observations complexes
- $m_i(t)$: Enveloppe complexe de la source *i*
- $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i, f_0)$: Vecteur directeur de la source *i*
- $\boldsymbol{b}(t)$: Vecteur bruit Gaussien
- $A(f_0)$: Matrice (*N* x *P*) des vecteurs directeurs des sources ou matrice de mélange
- $\boldsymbol{m}(t)$: Vecteur (P x 1) des enveloppes complexes des sources

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

Modélisation et Formulation du problème

Paramétrisation



Composantes du vecteur directeur $\boldsymbol{a}(\theta_i, f_0) = \boldsymbol{a}_i$ (antennes omni)

Absence de couplage ⇒ Vecteur directeur structuré

$$[\boldsymbol{a}_i]_n = \exp[-jk_0(x_n \sin\theta_i \cos\Delta_i + y_n \cos\theta_i \cos\Delta_i + z_n \sin\Delta_i)]$$

Nombre d'onde

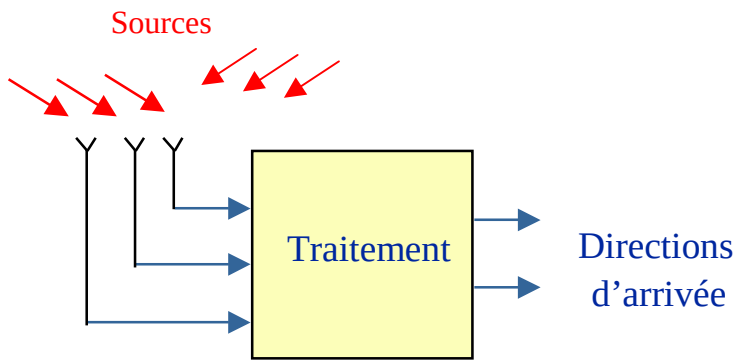
This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

Modélisation et Formulation du problème

Problématique de la goniométrie

- A partir des observations $\boldsymbol{x}(t)$, $0 \leq t \leq T$ et de la connaissance de la variété $\boldsymbol{a}(\theta, f_0)$
- Estimation des directions d'arrivée (θ_i, Δ_i), $1 \leq i \leq P$, des P sources reçues



Problématique de l'identification

- A partir des observations $\boldsymbol{x}(t)$, $0 \leq t \leq T$
- Estimation des vecteurs directeurs $\boldsymbol{a}(\theta_i, f_0) = \boldsymbol{a}(\theta_i)$, $1 \leq i \leq P$, des P sources reçues

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

METHODES A L'ORDRE 2
(Standards)

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Présentation

- Exploitation d'une partie des statistiques d'ordre 2 des observations
- Exploitation de la moyenne temporelle de la première matrice de corrélation en $\tau = 0$ de $\boldsymbol{x}(t)$
- Exploitation du tableau (N x N) des cumulants circulaires d'ordre 2 moyennés de $\boldsymbol{x}(t)$

Tableau (N x N) des cumulants circulaires d'ordre 2 moyennés des observations

$$R_x = \langle E[\boldsymbol{x}(t)\, \boldsymbol{x}(t)^H] \rangle = A\, R_m\, A^H + R_b$$

- R_x : Tableau (N x N) des cumulants circulaires d'ordre 2 moyennés des observations
- $\langle \cdot \rangle$: Moyennage temporel
- $A\, R_m\, A^H$: Matrice de corrélation moyennée de $\boldsymbol{m}(t)$
- R_b : Matrice de corrélation moyennée de $\boldsymbol{b}(t)$

→ Matrices estimables de manière consistante asymptotiquement sous l 'hypothèse de cycloergodicité

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Tableau (N x N) des cumulants circulaires d'ordre 2 moyennés des observations

Cas de P sources décorrélées

$$R_x = \sum_{i=1}^{P} \pi_i \, \boldsymbol{a}(\theta_i)\, \boldsymbol{a}(\theta_i)^{\mathrm{H}} + R_b$$

Puissance moyenne
de la source i par antenne

P maximal tel que le tableau R_x (N x N) sans bruit est de rang P

- Sans bruit :
  - R_x est la somme de P tableaux de rang 1, un tableau par source
  - Les méthodes à l'ordre 2 exploitent le fait que R_x est de rang P
  - Pour des $\boldsymbol{a}(\theta_i)$ différents, R_x est de rang P tant que $P \leq N$
  - Le nombre maximal de sources traitées par les méthodes à l'ordre 2 est N ou $N - 1$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

Performances et limitations

Goniométrie à l'ordre 2

- Présentation
  - Méthodes à haute résolution à sous-espace de type MUSIC, ESPRIT, Max Vraisemblance…
  - Exploitent la structure du modèle des observations
- Performances
  - Traitement d'au plus $N-1$ sources non cohérentes à partir de N antennes
  - Précision et Résolution croissante avec l'ouverture du réseau d'antenne par rapport à la longueur d'onde
- Limitations
  - Faible robustesse aux erreurs de modèles
  - Faible robustesse à la cohérence spatiale inconnue du bruit de fond (pour source faibles)

Identification autodidacte à l'ordre 2

- Présentation
  - Méthodes d'analyse en composantes singulières ou propres de R_x
- Performances
  - Impossibilité d'identifier les sources dans la cas général de vecteurs directeurs quelconques

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

METHODES A L'ORDRE 2*q*
(*q* > 1)

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Méthodes à l'ordre 2q

Présentation

- Exploitation d'une partie des statistiques d'ordre $2q$ ($q > 1$) des observations
  - Dans le but de pallier les principales limitations des méthodes à l'ordre 2
- Exploitation du tableau (N^q x N^q) des cumulants circulaires d'ordre $2q$ moyennés de $\boldsymbol{x}(t)$
  - $< \mathrm{Cum}(x_{i1}(t),\ldots, x_{iq}(t), x_{iq+1}(t)^*,\ldots, x_{i2q}(t)^*)>$, $1 \le i_j \le N$, $1 \le j \le 2q$
- Exemple pour $q = 2$ (cumulants circulaires d'ordre 4)
  - $< \mathrm{Cum}(x_i(t), x_j(t), x_k(t)^*, x_m(t)^*) > = < \mathrm{E}[x_i(t)\, x_j(t)\, x_k(t)^*\, x_m(t)^*] > - < \mathrm{E}[x_i(t)\, x_j(t)]\, \mathrm{E}[x_k(t)^*\, x_m(t)^*] >$
    $- < \mathrm{E}[x_i(t)\, x_k(t)^*]\, \mathrm{E}[x_j(t)\, x_m(t)^*] > - < \mathrm{E}[x_i(t)\, x_m(t)^*]\, \mathrm{E}[x_j(t)\, x_k(t)^*] >$

Tableaux (N^q x N^q) des cumulants circulaires d'ordre $2q$ moyennés des observations

- $\exists$ différentes façons de ranger les cumulants d'ordre $2q$ dans un tableau (N^q x N^q)
- Le rangement va conditionner les performances des méthodes à l'ordre $2q$ associées
  - [Chevalier, Albéra, Ferréol, Comon, IEEE Trans. Signal Proc. 2005]
  - Résultat surprenant complètement nouveau en 2005 !
- Questions importantes :
  - Quel est le rangement optimal ?
  - Quelles sont les performances optimales atteignables ?
    - Nombre maximal de sources indépendantes pouvant être traitées par N antennes ?

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

Tableaux (N^q x N^q) et Rangements

- Indexation d'un rangement par un entier l, $0 \leq l \leq q$
- Décomposition du $2q$-uplet $(i_1,\ldots.i_q, i_{q+1},\ldots.i_{2q})$ en 2 q-uplets indexés par l :
  - $(i_1,\ldots.i_l, i_{q+1},\ldots.i_{2q-l})$ et $(i_{2q-l+1},\ldots. i_{2q}, i_{l+1},\ldots.i_q)$ prenant N^q valeurs chacun
- Numérotation naturelle de ces N^q valeurs, pour les 2 q-uplets, par I_l et J_l $(1 \leq I_l, J_l \leq N^q)$
- $$I_l = \sum_{j=1}^{l} N^{q-j}(i_j - 1) + \sum_{j=1}^{q-l} N^{q-l-j}(i_{q+j} - 1) + 1$$
- $$J_l = \sum_{j=1}^{l} N^{q-j}(i_{2q-l+j} - 1) + \sum_{j=1}^{q-l} N^{q-l-j}(i_{l+j} - 1) + 1$$
- Invariance des cumulants par permutations
  - $< \mathrm{Cum}(x_{i1}(t),\ldots., x_{iq}(t), x_{iq+1}(t)^*,\ldots., x_{i2q}(t)^*)> =$

    $< \mathrm{Cum}(\underbrace{x_{i1}(t),\ldots., x_{il}(t)}_{l \text{ composantes non conjuguées}}, \underbrace{x_{iq+1}(t)^*,\ldots., x_{i2q-l}(t)^*}_{q-l \text{ composantes conjuguées}}, \underbrace{x_{i2q-l+1}(t)^*,\ldots., x_{i2q}(t)^*}_{l \text{ composantes conjuguées}}, \underbrace{x_{il+1}(t),\ldots, x_{iq}(t)}_{q-l \text{ composantes non conjuguées}})>$
  - Ce terme est le coefficient (I_l, J_l) du tableau (N^q x N^q) pour le rangement l, noté $\mathbf{C_{2q,x}(l)}$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

Tableau $C_{2q,x}(l)$ (N^q x N^q)

Cas de sources statistiquement indépendantes

$$C_{2q,x}(l) = \sum_{i=1}^{P} c_{2q,mi}\, [\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{\otimes l} \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{*\otimes q-l}]\, [\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{\otimes l} \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{*\otimes q-l}]^{H} + C_{2q,b}(l)$$

Autocumulant circulaire moyenné d'ordre $2q$ de $m_i(t)$

Produit de Kronecker

Tableau des cumulants d'ordre 2q du bruit

- $c_{2q,mi} = < \mathrm{Cum}(m_{i1}(t),\ldots, m_{iq}(t), m_{iq+1}(t)^*,\ldots, m_{i2q}(t)^*)>$ avec $i_j = i$ $(1 \leq j \leq 2q)$
- $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{\otimes l} = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i) \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i) \otimes \ldots\ldots \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)$ avec $(l - 1)$ produits de Kronecker
- Exemples
  - $(q, l) = (1, 1)$:

$$C_{2,x}(1) = \sum_{i=1}^{P} \pi_i\, \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)\, \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{H} + R_b = R_x$$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Tableau $C_{2q,x}(l)$ (N^q x N^q)

Cas de sources statistiquement indépendantes

- Exemples
  - $(q, l) = (2, 1)$

$$C_{4,x}(1) = \sum_{i=1}^{P} c_{4,mi} \, [\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i) \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^*] \, [\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i) \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^*]^H$$

  - $(q, l) = (2, 2)$

$$C_{4,x}(2) = \sum_{i=1}^{P} c_{4,mi} \, [\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i) \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)] \, [\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i) \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)]^H$$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Méthodes à l'ordre 2q

P maximal tel que le Tableau $C_{2q,x}(l)$ (N^q x N^q) est de rang P

Cas de sources statistiquement indépendantes

- En bruit Gaussien ou sans bruit :
  - $C_{2q,x}(l)$ est la somme de P tableaux de rang 1, un tableau par source
  - Les méthodes à l'ordre $2q$ pour le rangement l exploitent le fait que $C_{2q,x}(l)$ est de rang P
  - Pour des $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)$ différents, $C_{2q,x}(l)$ est de rang P tant que $P \leq N_{2q}(l)$ à déterminer
- Pour des vecteurs directeurs $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta})$ structurés et des sources statistiquement indépendantes :
  - Détermination de $N_{2q}(l)$ par la théorie des réseaux virtuels à l'ordre $2q$ pour le rangement l
  - Exploiter une méthode d'ordre $2q$ pour le rangement l à partir d'un réseau de N antennes

    $\Leftrightarrow$ Exploiter une méthode d'ordre 2 à partir d'un réseau virtuel de $N_{2q}(l)$ antennes différentes
  - Le nombre maximal de sources traitées par les méthodes à l'ordre $2q$ pour le rangement l est $N_{2q}(l)$ ou $N_{2q}(l) - 1$
  - La résolution des méthodes à l'ordre 2q pour le rangement l est directement liée à l'ouverture du réseau virtuel associé, en nombre de longueurs d'onde

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

Réseau virtuel d'ordre 2*q* pour le rangement *l*

Composantes du vecteur directeur $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)$ (N x 1) (capteurs omni)

$$1 \leq n \leq N$$

$$[\boldsymbol{a}_i]_n = \exp[-jk_0(x_n \sin\theta_i \cos\Delta_i + y_n \cos\theta_i \cos\Delta_i + z_n \sin\Delta_i)]$$

Composantes du vecteur $[\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{\otimes l} \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{*\otimes q-l}]$ (N^q x 1) (capteurs omni)

$$1 \leq n_1, n_2, \ldots, n_q \leq N$$

$$[\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{\otimes l} \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{*\otimes q-l}]_{n1,n2\ldots,nq} =$$

$$\exp[-jk_0 (x^{l}_{n1,n2\ldots,nq} \sin\theta_i \cos\Delta_i + y^{l}_{n1,n2\ldots,nq} \cos\theta_i \cos\Delta_i + z^{l}_{n1,n2\ldots,nq} \sin\Delta_i]$$

→ Stucture d'un vecteur directeur pour les N^q antennes virtuelles aux positions $(x^{l}_{n1,n2\ldots,nq}, y^{l}_{n1,n2\ldots,nq}, z^{l}_{n1,n2\ldots,nq})$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Réseau virtuel d'ordre 2*q* pour le rangement *l*

Positions des antennes virtuelles d'ordre 2*q* pour le rangement *l*

$$1 \leq n_1, n_2, \ldots, n_q \leq N$$

$$x^{l}_{n1,n2\ldots,nq} = \sum_{j=1}^{l} x_{n_j} - \sum_{u=1}^{q-l} x_{n_{l+u}}$$

$$y^{l}_{n1,n2\ldots,nq} = \sum_{j=1}^{l} y_{n_j} - \sum_{u=1}^{q-l} y_{n_{l+u}}$$

$$z^{l}_{n1,n2\ldots,nq} = \sum_{j=1}^{l} z_{n_j} - \sum_{u=1}^{q-l} z_{n_{l+u}}$$

- Le réseau virtuel dépend de *q*, *l* et de la géométrie du réseau initial
- En général, des positions sont identiques : Réseau pondéré en amplitude
- Le nombre de positions différentes des antennes virtuelles d'ordre 2*q* pour le rangement *l* est $N_{2q}(l)$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Réseau virtuel d'ordre 2*q* pour le rangement *l*

Rangement optimal d'ordre 2*q*

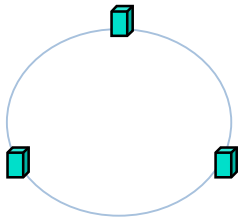
- Pour q donné, le rangement optimal maximise $N_{2q}(l)$
- Pour q donné, l_{opt} minimise $|\, 2l - q \,|$
  - Pour q pair : $l_{opt} = q/2$
  - Pour q impair : $l_{opt} = (q+1)/2$ ou $l_{opt} = (q-1)/2$
- Génère des vecteurs directeurs $[\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{\otimes l} \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^{*\otimes q-l}]$ tels que le nombre de composantes conjuguées diffère le moins possible du nombre de composantes non conjuguées
- Exemple pour q = 2 : $l_{opt} = 1$
  - Génère des vecteurs directeurs $[\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i) \otimes \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}_i)^*]$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Réseau virtuel d'ordre 2*q* pour le rangement *l*

Borne supérieure sur le nombre d'antennes virtuelles différentes

- Pour q et l donnés, sur l'ensemble des géométries possibles de réseau initial, le nombre d'antennes virtuelles différentes est borné par $N_{max}(2q, l) \leq N^q$
- Pour q et l donnés, $N_{2q}(l) = N_{max}(2q, l)$ pour certains réseaux initiaux (sans trop de symétries)
  - Exemple : Réseau Circulaire uniforme de N antennes avec N premier



- Pour q et l donnés, $N_{2q}(l) < N_{max}(2q, l)$ pour des réseaux initiaux présentant des symétries
  - Exemple : Réseau linéaire uniforme de N antennes : $N_{2q}(l) = q(N - 1) + 1$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Réseau virtuel d'ordre 2*q* pour le rangement *l*

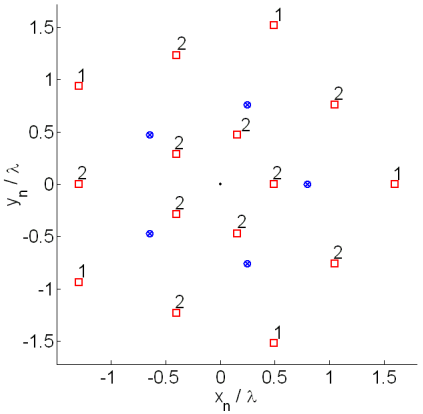
Borne supérieure sur le nombre d'antennes virtuelles différentes

$m = 2q$	l	$N_{max}[2q, l]$
4 ($q = 2$)	2	$N(N+1)/2$
	1	$N^2 - N + 1$
6 ($q = 3$)	3	$N!/[6(N-3)!] + N(N-1) + N$
	2	$N!/[2(N-3)!] + N(N-1) + N$
8 ($q = 4$)	4	$N!/[24(N-4)!] + N!/[2(N-3)!] + 1.5N(N-1) + N$
	3	$N!/[6(N-4)!] + N!/(N-3)! + 1.5N(N-1) + N$
	2	$N!/[4(N-4)!] + N!/(N-3)! + 2N(N-1) + 1$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

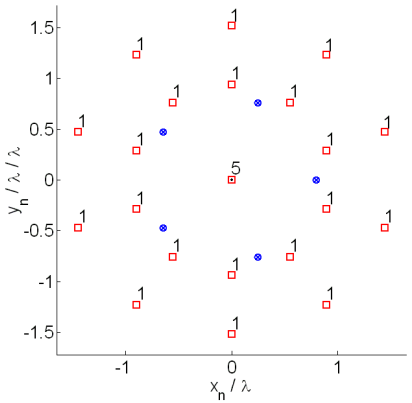
Réseau virtuel d'ordre 2*q* pour le rangement *l*

Réseau initial circulaire uniforme de $N = 5$ antennes



$(q, l) = (2, 2)$

$N_{2q}(l) = 15$



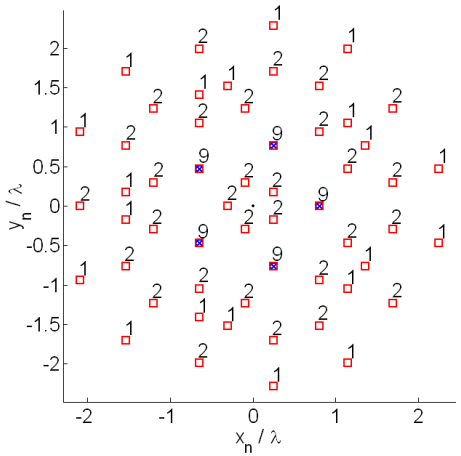
$(q, l) = (2, 1)$

$N_{2q}(l) = 21$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

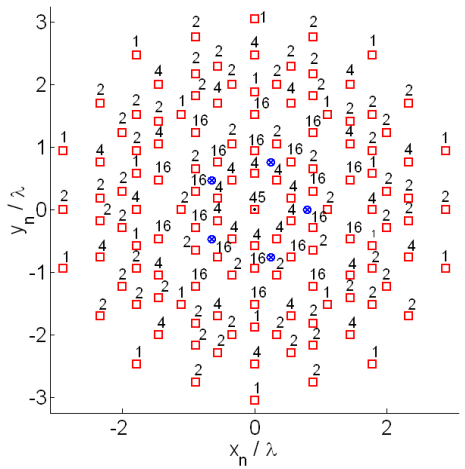
Réseau virtuel d'ordre 2*q* pour le rangement *l*

Réseau initial circulaire uniforme de $N = 5$ antennes



$(q, l) = (3, 2)$

$N_{2q}(l) = 55$



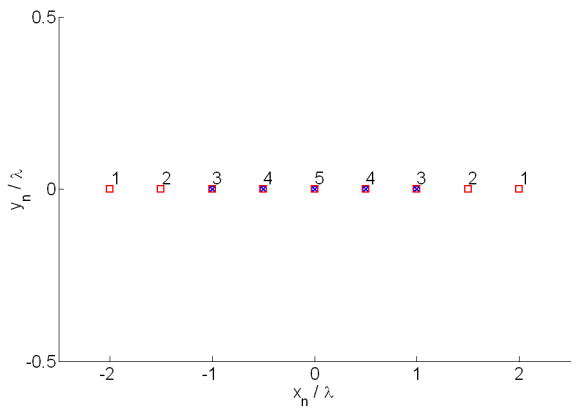
$(q, l) = (4, 2)$

$N_{2q}(l) = 131$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

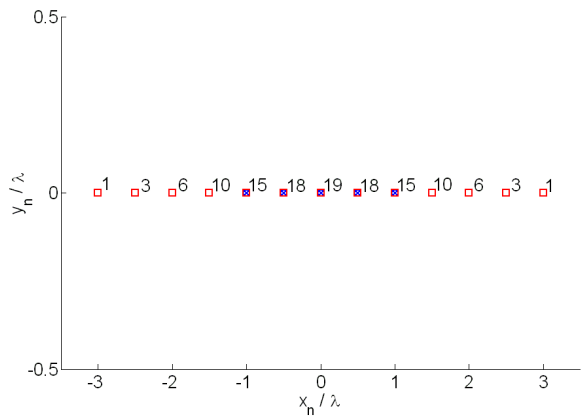
Réseau virtuel d'ordre 2*q* pour le rangement *l*

Réseau initial linéaire uniforme de $N = 5$ antennes



$q = 2$

$N_{2q}(l) = 9$



$q = 3$

$N_{2q}(l) = 13$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Performances et limitations

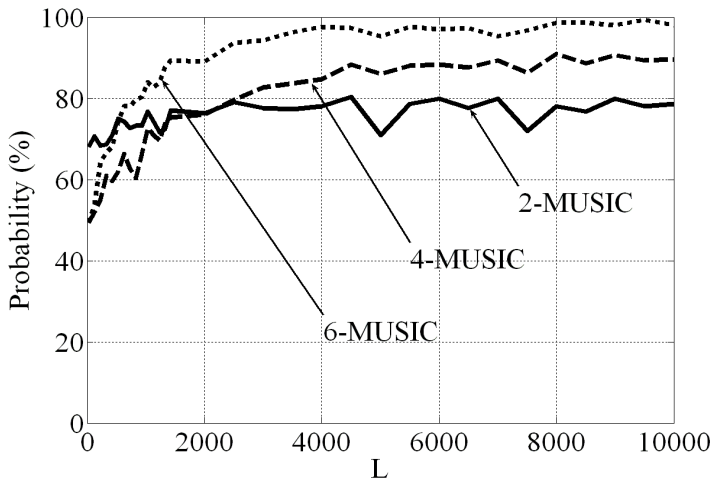
Goniométrie à l'ordre 2q

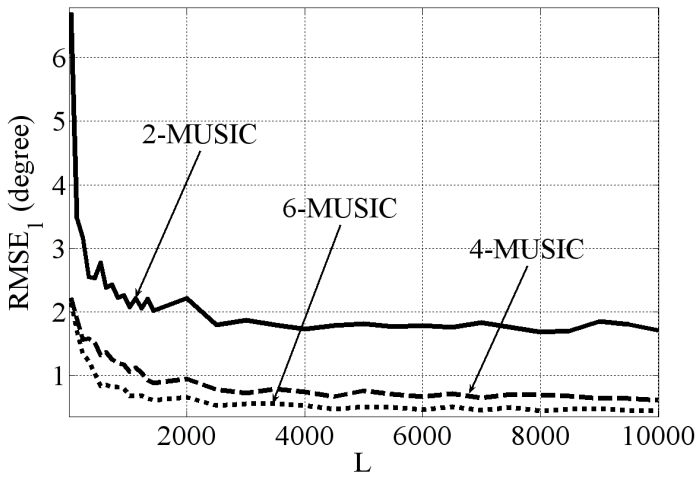
- Présentation
  - Méthodes à haute résolution à sous-espace de type 2q-MUSIC…
  - Exploitent la structure du modèle des observations
- Performances
  - Fonction du rangement l
  - Traitement d'au plus $N_{2q}(l) - 1$ sources non cohérentes à partir de N antennes
  - $N_{2q}(l)$, résolution et robustesse aux erreurs de modèle croissants avec q
  - Robustesse asymptotique à la présence d'un bruit Gaussien
- Limitations
  - Complexité croissante avec q
  - A durée d'observation constante, variance d'estimation des statistiques croissante avec q
  - Inadaptées pour des sources à faible SNR

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Performances et limitations

Goniométrie à l'ordre 2q





RMS error of the source 1 and $p(\eta_1 \leq \eta)$ as a function of L, (a) 2-MUSIC, (b) 4-MUSIC, (c) 6-MUSIC, $l = 1$, $P = 2$, $N = 3$, ULA, SNR = 5 dB, $\theta_1 = 90°$, $\theta_2 = 97.5°$, with modelling errors, $\sigma = 0.03$

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Performances et limitations

Identification autodidacte à l'ordre 2q

- Présentation
  - Méthodes 2q-BIOME…
  - Exploitent les redondances de la matrice $C_{2q,x}(l)$
- Performances
  - Fonction du rangement l
  - Traitement d'au plus $N_{2(q-1)}(l)$ sources statistiquement indépendantes à partir de N antennes
- Limitations
  - Complexité croissante avec q
  - A durée d'observation constante, variance d'estimation des statistiques croissante avec q
  - Inadaptées pour des sources à faible SNR

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

CONCLUSION

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Conclusion

- **Contexte du traitement d'antenne avec modèle structuré**
  - **Goniométrie et Identification autodidacte des signatures**
- **Intérêt des méthodes à l'ordre 2q en traitement d'antenne**
  - **En termes de nombre de sources traitées, de résolution, de robustesse aux erreurs de modèles et au bruit Gaussien**
- **Pour des sources statistiquement indépendantes**
  - **Méthode ordre 2q à partir d'un réseau à *N* antennes**

    ⇔ Méthode à ordre 2 à partir d'un réseau virtuel à $N_{2q}(l)$ antennes
  - **Réseau virtuel dépend de *q*, *l* et de la géométrie du réseau**
  - **Permet de calculer $N_{2q}(l)$, le rang maximal du tableau $C_{2q,x}(l)$ $(N^q \text{ x } N^q)$**
- **Perspectives**
  - **Extension aux rangements rectangulaires**
    - **(Stage Master Hanna Becker)**
  - **Extension aux sources non circulaires**

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

REFERENCES

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

Références

Réseaux virtuels Ordre 4

- [1] M.C. Dogan, J.M. Mendel, "Applications of cumulants to array processing - Part I: Aperture extension and array calibration", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol 43, N°5, pp. 1200-1216, May 1995.
- [2] P. Chevalier, A. Ferréol, "On the virtual array concept for the fourth-order direction finding problem", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol 47, N°9, pp. 2592-2595, Sept. 1999

Réseaux virtuels Ordre 2q

- [3] P. Chevalier, L. Albéra, A. Ferréol ,P. Comon "On the virtual array concept for higher order array processing", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol 53, N°4, pp. 1254-1271, April 2005
- [4] Y. Xu, Z. Liu, J. Cao, “Virtual-manifold ambiguity in HOS-Based direction finding with electromagnetic vector-sensors", *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, Vol 44, N°4, pp. 1291-1308, Oct. 2008
- [5] Y. Pal, P.P. Vaidyanathan, “Multiple Level Nested Array : An efficient geometry for 2q-th order cumulant based array processing", *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, Vol 60, N°3, pp. 1253-1269, March 2012

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales

le cnam THALES

Goniométrie à l'ordre 2q

- [6] P. Chevalier, A. Ferréol, L. Albéra, "High resolution direction finding from higher order statistics : the 2*q*-MUSIC algorithm", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol 54, N°8, pp. 2986-2997, Aug. 2006
- [7] P. Chevalier, A. Ferréol, L. Albéra, G. Birot, "Higher Order direction finding from arrays with diversely polarized antennas : The PD-2q-MUSIC algorithms", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol 55, N°11, pp. 5337-5350, Nov. 2007
- [8] J. Liu, Z. Huang, Y. Zhou, "Extended 2q-MUSIC algorithm for noncircular signals", *Signal Processing*, Vol 88, N°6, pp. 1327-1339, June 2008
- [9] G. Birot, L. Albéra, P. Chevalier, "Sequential high resolution direction finding from higher order statistics", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol 58, N°8, pp. 4144-4155, Aug. 2010.
- [10] U. Engel, M. Okum, "On the application of the higher order virtual array concept for small antenna arrays", *European Signal Processing Conference (EUSIPCO'11)*, pp. 609-613, Barcelona (Spain), Sept. 2011.
- [11] G. Birot, L. Albéra, F. Wendling, I. Merlet, "Localization of extended brain sources from EEG/MEG: The Exso-MUSIC approach", *NeuroImage*, Elsevier,Vol 56, pp. 102-113, 2011.

Identification autodidacte à l'ordre 2q

- [12] L. Albéra, A. Ferréol, P. Comon, P. Chevalier, "Blind Identification of Overcomplete MixturEs of sources (BIOME)", *Linear Algebra and its Applications*, Elsevier, Vol 391, pp. 3-30, Nov. 2004.

This document is the property of Thales Group and may not be copied or communicated without written consent of Thales