

①9 RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
INSTITUT NATIONAL
DE LA PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE
PARIS

①1 N° de publication :
(à n'utiliser que pour les
commandes de reproduction)

2 853 427

②1 N° d'enregistrement national : 03 04041

⑤1 Int Cl⁷ : G 06 F 17/00

⑫

DEMANDE DE BREVET D'INVENTION

A1

②2 Date de dépôt : 01.04.03.

③0 Priorité :

④3 Date de mise à la disposition du public de la
demande : 08.10.04 Bulletin 04/41.

⑤6 Liste des documents cités dans le rapport de
recherche préliminaire : *Se reporter à la fin du
présent fascicule*

⑥0 Références à d'autres documents nationaux
apparentés :

⑦1 Demandeur(s) : THALES Société anonyme — FR.

⑦2 Inventeur(s) : ALBERA LAURENT, FERREOL
ANNE, CHEVALIER PASCAL et COMON PIERRE.

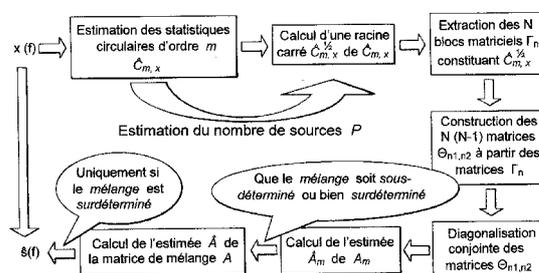
⑦3 Titulaire(s) :

⑦4 Mandataire(s) : THALES "INTELLECTUAL PRO-
PERTY".

⑤4 PROCÉDE D'IDENTIFICATION AVEUGLE DE MELANGES DE SOURCES AUX ORDRES SUPERIEURS.

⑤7 Procédé d'identification aveugle de sources au sein
d'un système comportant P sources et N capteurs com-
portant au moins une étape d'identification de la matrice des
vecteurs directeurs des sources à partir de l'information pro-
pre aux vecteurs directeurs a_p des sources contenue de
manière redondante dans les statistiques circulaires d'ordre
 $m=2q$ du vecteur des observations reçues par les N cap-
teurs.

Application à un réseau de communications



FR 2 853 427 - A1



L'invention concerne notamment un procédé de séparation autodidacte (ou aveugle), n'exploitant aucune information a priori sur les sources ou sur le front d'onde, à l'ordre 4 et aux ordres supérieurs à 4, de P
5 sources cyclostationnaires (déterministes ou stochastiques, analogiques ou numériques, à modulations linéaires ou non linéaires) et statistiquement indépendantes, à partir d'une réception à N capteurs ($N \geq 2$).

Elle s'applique par exemple dans le domaine des radiocommunications, des télécommunications spatiales ou de l'écoute
10 passive de ces liaisons, dans des gammes allant par exemple de la VLF à la EHF).

Elle trouve aussi son application dans des domaines tels que l'astronomie, le biomédical, le radar, le traitement de la parole, etc.

15 La séparation autodidacte de sources et plus particulièrement l'Analyse en Composantes Indépendantes (ICA) suscitent actuellement beaucoup d'intérêt. Elles trouvent en effet leur place dans de nombreuses applications telles que les télécommunications, le traitement de la parole ou encore le domaine biomédical.

20 Par exemple, en traitement d'antennes, si un certain nombre de sources émises sont réceptionnées sur un réseau de capteurs, et si pour chaque source l'étalement temporel des canaux associés aux différents capteurs est négligeable devant le temps symbole, alors un mélange instantané des sources émises est observé sur les dits capteurs.

25 La séparation autodidacte de sources a notamment pour but de restituer les sources supposées statistiquement indépendantes et ce uniquement à partir des observations reçues par les capteurs.

Selon l'application, il est possible de ne retrouver que le mélange instantané, c'est-à-dire les vecteurs directeurs des sources, ce qui est le cas
30 par exemple de la goniométrie où le dit mélange porte à lui seul toute

l'information nécessaire à la localisation angulaire des sources : on parle alors d'identification aveugle de mélange.

Pour d'autres applications telles que la transmission, il est nécessaire de retrouver les sources émises : on emploie alors l'expression de
5 *séparation* ou en encore d'extraction aveugle ou autodidacte de sources.

Certaines techniques connues de l'art antérieur cherchent à décorréler (à l'ordre 2) les signaux, comme on peut l'observer en Analyse Factorielle avec l'Analyse en Composantes Principales (PCA).

L'ICA, pour sa part, vise à réduire les dépendances statistiques
10 des signaux également aux ordres supérieurs. De ce fait l'ICA permet d'identifier, de manière autodidacte, le mélange instantané et par la même occasion d'extraire les sources émises dont au plus une est supposée gaussienne. Ceci n'est actuellement possible qu'en respectant certaines hypothèses : le mélange bruité des sources doit être linéaire et par ailleurs
15 surdéterminé (le nombre de sources P doit être inférieur ou égal au nombre de capteurs M).

Si Comon introduit le premier le concept d'ICA et propose une solution, COM2 dans la référence [1] (les différentes références sont regroupées à la fin de la description), maximisant un contraste basé sur les
20 cumulants d'ordre 4, Cardoso et Souloumiac [2], quant à eux, développent une approche matricielle, plus connue sous le nom de JADE, et donnent ainsi naissance à l'algorithme de diagonalisation conjointe.

Quelques années plus tard, Hyvarinen et al. présentent la méthode FastICA, dans un premier temps pour des signaux réels [3], puis
25 dans le cas complexe [4]. Cette dernière introduit un algorithme d'optimisation de contraste baptisé algorithme du point-fixe.

De son côté, Comon propose une solution simple, COM1 [5], à l'optimisation du contraste présenté dans [6].

Bien que très performantes sous les hypothèses énoncées
30 précédemment, ces méthodes peuvent être néanmoins très fortement

perturbées par la présence de bruit inconnu, Gaussien ou non, corrélé spatialement et inhérent à certaines applications comme les radiocommunications HF.

Par ailleurs, comme il a été dit plus haut, les méthodes
5 précédentes ne sont conçues que pour traiter des mélanges surdéterminés de sources. Or dans la pratique, tel qu'en radiocommunications, la réception de plus de sources que de capteurs n'est pas rare, surtout si la largeur de bande de réception est importante. On est alors en présence de mélanges dit sous-déterminés ($P > N$).

10 Plusieurs algorithmes ont d'ores et déjà été développés dans le but de traiter ce type de mélanges. Certains abordent le difficile problème de l'extraction des sources [7-8] alors que le mélange ne peut plus être inversé linéairement, tandis que d'autres traitent de l'identification de la matrice de mélange [7] [9-12].

15 Les méthodes proposées dans [9-11] exploitent uniquement les statistiques d'ordre 4 tandis que celle présentée dans [12] repose sur l'utilisation de la seconde fonction caractéristique des observations, autrement dit sur l'utilisation des cumulants non nuls de tout ordre. Quant à la méthode employée dans [7], elle repose sur la maximisation de
20 probabilité conditionnelle, en l'occurrence celle des données conditionnellement à la matrice de mélange.

Si ces méthodes sont performantes, elles souffrent d'inconvénients en contexte opérationnel.

Ainsi la méthode [9] est difficile à mettre en œuvre et ne garantit
25 pas l'identification des vecteurs directeurs de sources de même kurtosis. Les méthodes [10] et [11] ne permettent pas quant à elles d'identifier les vecteurs directeurs de sources circulaires. La méthode [10], baptisée S3C2, pour sa part confine l'utilisateur dans une configuration de 3 sources et 2 capteurs, interdisant tout autre scénario. La méthode [7] autorise
30 l'identification de 4 signaux de parole avec seulement 2 capteurs, toutefois les échantillons observés doivent être temporellement indépendants et

chaque source doit avoir une densité de probabilité éparsée. Pour finir, la méthode [12] n'est applicable qu'au cas de sources réelles, ce qui est très restrictif notamment en communications numériques. En outre, l'algorithme dépend grandement du nombre de sources, et rien ne prouve
 5 aujourd'hui qu'une mauvaise estimation de ce paramètre ne dégrade pas les performances de la méthode.

La présente invention offre une nouvelle approche reposant notamment sur l'exploitation de la totalité ou pratiquement de la totalité de l'information propre aux vecteurs directeurs \mathbf{a}_p des sources, contenue de
 10 manière redondante dans la matrice représentative des statistiques circulaires d'ordre $m = 2q$ du vecteur des enveloppes complexes des signaux en sortie des capteurs.

L'invention concerne un procédé d'identification aveugle de
 15 sources au sein d'un système comportant P sources et N capteurs. Il est caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape d'identification de la matrice des vecteurs directeurs des sources à partir de l'information propre aux vecteurs directeurs \mathbf{a}_p des sources contenue de manière redondante dans les statistiques circulaires d'ordre $m=2q$ du vecteur des
 20 observations reçues par les N capteurs.

Les statistiques circulaires d'ordre $m = 2q$ s'expriment par exemple en fonction d'une matrice diagonale de rang plein des autocumulants des sources et d'une matrice représentant la juxtaposition des vecteurs directeurs des sources de la manière suivante :

$$25 \quad \mathbf{C}_{m,x} = \mathbf{A}_q \zeta_{m,s} \mathbf{A}_q^H \quad (11)$$

où $\zeta_{m,s} = \text{diag}([C_{1,1,\dots,1,s}^{1,1,\dots,1}, \dots, C_{p,p,\dots,p,s}^{p,p,\dots,p}])$ est la matrice diagonale de rang plein des autocumulants $C_{p,p,\dots,p,s}^{p,p,\dots,p}$ d'ordre $m = 2q$ des sources, de taille $(P \times P)$, et où $\mathbf{A}_q = [\mathbf{a}_1^{\otimes (q-1)} \otimes \mathbf{a}_1^* \quad \dots \quad \mathbf{a}_p^{\otimes (q-1)} \otimes \mathbf{a}_p^*]$, de taille $(N^q \times P)$ et supposée de rang plein, représente la juxtaposition des P vecteurs colonnes $[\mathbf{a}_p^{\otimes (q-1)} \otimes \mathbf{a}_p^*]$.

30 Utilisation du procédé à un réseau de communication et/ou pour de la goniométrie à partir des vecteurs directeurs identifiés.

L'invention présente notamment les avantages suivants :

- Elle permet l'identification autodidacte de mélanges instantanés aussi bien surdéterminés (le nombre de sources est inférieur ou égal au nombre de capteurs) que sous-déterminé (le nombre de sources est supérieur au nombre de capteurs) ainsi que l'extraction aveugle des sources dans le cas surdéterminé ;
- A l'ordre $m=2q$, pair $q \geq 2$, le procédé désigné BIOME (Blind Identification of Over and underdetermined Mixtures of sources) a la capacité de traiter jusqu'à $P = N^{(q-1)}$ sources à partir d'un réseau à N capteurs différents, dès lors que les autocumulants d'ordre m des sources sont de même signe;
- Une application du procédé BIOME à l'ordre 4, nommée ICAR (Independent Component Analysis using Redundancies in the quadricovariance), permet l'identification autodidacte de mélanges instantanés surdéterminés ($P \leq N$) de sources et l'extraction aveugle de celles-ci, d'une manière s'avérant robuste vis-à-vis de la présence d'un bruit Gaussien inconnu corrélé spatialement, dès lors que les sources ont des kurtosis (autocumulants normalisés d'ordre 4) de même signe ;
- Une application du procédé BIOME à l'ordre 6, appelée BIRTH (Blind Identification of mixtures of sources using Redundancies in the data Hexacovariance matrix), permet l'identification autodidacte de mélanges instantanés aussi bien surdéterminés ($P \leq N$) que sous-déterminés ($P > N$) de sources, ainsi que l'extraction aveugle des sources dans le cas surdéterminé. Le procédé BIRTH a la capacité de traiter jusqu'à N^2 sources à partir d'un réseau à N capteurs différents, dès lors que les autocumulants d'ordre 6 des sources sont de même signe.

D'autres caractéristiques et avantages du procédé selon l'invention apparaîtront mieux à la lecture de la description qui suit d'un exemple de réalisation non limitatif annexé des figures qui représentent :

- La figure 1 un schéma d'exemple de mise en œuvre du procédé à l'ordre m ,
- Les figures 2, 3 et 4 des résultats de simulation de la mise en œuvre du procédé à l'ordre 4,

- Les figures 5, 6, 7 et 8 des résultats de simulation pour le procédé appliqué à l'ordre 6.

Les exemples qui suivent sont donnés pour l'identification et/ou l'extraction de sources dans un réseau comportant une antenne réseau comprenant N capteurs. Cette antenne est supposée recevoir un mélange bruité de P sources par exemple à bande étroite (BE) et statistiquement indépendantes.

Sous ces hypothèses, le vecteur $\mathbf{x}(t)$ des enveloppes complexes des signaux en sortie des capteurs s'écrit, à l'instant t

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{p=1}^P s_p(t) \mathbf{a}_p + \mathbf{v}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

- où $\mathbf{v}(t)$ est le vecteur bruit, supposé centré, Gaussien et inconnu,
- $s_p(t)$ et \mathbf{a}_p correspondent respectivement à l'enveloppe complexe, BE, cyclostationnaire et cycloergodique (avec un éventuel résidu de porteuse le cas échéant), et au vecteur directeur de la source p ,
- $\mathbf{s}(t)$ est le vecteur dont les composantes sont les signaux $s_p(t)$ et \mathbf{A} est la matrice ($N \times P$) dont les colonnes sont les vecteurs \mathbf{a}_p .

Par ailleurs, le procédé énoncé de manière générale ci-après à l'ordre $m = 2q$ ($q \geq 2$) utilise les hypothèses suivantes \mathbf{H}_{1-4} :

- H1** : A tout instant t , les sources à valeurs complexes $s_p(t)$ sont cyclostationnaires, cycloergodiques et mutuellement décorréliées à l'ordre m ;
- H2** : A tout instant t , les composantes $v_n(t)$ du bruit sont stationnaires, ergodiques, gaussiennes et circulaires;
- H3** : A tout instant t , $\mathbf{s}(t)$ et $\mathbf{v}(t)$ sont statistiquement indépendants ;
- H4** : les autocumulants d'ordre m des sources sont non nuls et de même signe.

Avec les hypothèses précédentes, pour un ordre pair $m = 2q$ donné, le problème de l'identification autodidacte de mélanges instantanés de sources consiste à trouver, à partir de l'exploitation de certaines statistiques d'ordre m des observations, la matrice \mathbf{A} à une matrice triviale près (une matrice triviale est de la forme $\Lambda \Pi$ où Λ est une matrice diagonale inversible et Π une matrice de permutation).

La séparation (extraction) aveugle de sources, consiste notamment à déterminer le séparateur Linéaire et Invariant dans le Temps (LIT), \mathbf{W} , de dimension $(N \times P)$, dont le vecteur de sortie, de dimension $(P \times 1)$,

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}^H \mathbf{x}(t) \quad (2)$$

correspond, à une matrice triviale près, à la meilleure estimée, $\hat{\mathbf{s}}(t)$, du vecteur $\mathbf{s}(t)$, où le symbole H signifie transposé conjugué.

Le séparateur \mathbf{W} est défini à une matrice triviale près dans la mesure où ni la valeur des puissances de sortie, ni l'ordre dans lequel les sorties sont rangées ne changent la qualité de restitution des sources.

Avant d'exposer les étapes du procédé selon l'invention, quelques rappels sur les statistiques des observations sont donnés.

Statistiques des observations

Le procédé selon l'invention utilise notamment les statistiques circulaires d'ordre pair, 2, 4, 6, ..., m des observations.

Selon l'art antérieur décrit dans la référence [15], l'expression des cumulants d'ordre m en fonction des moments d'ordre inférieur à m peut être simplifiée.

Soit $G_{d, \dots, e, x}^{f, \dots, g}$ une quantité scalaire à valeur complexe dépendant des q indices inférieurs d, \dots, e et des q indices supérieurs f, \dots, g à valeur dans $\{1, 2, \dots, M\}$. La quantité $G_{d, \dots, e, x}^{f, \dots, g}$ vérifie alors les trois symétries suivantes :

- toute permutation des indices inférieurs de $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g}$ entre eux ne modifie pas la valeur de $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g}$: par exemple, pour $q = 2$, $G_{e,d,x}^{f,g} = G_{d,e,x}^{f,g}$,
- toute permutation des indices supérieurs de $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g}$ entre eux ne modifie pas la valeur de $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g}$: par exemple, pour $q = 2$, $G_{d,e,x}^{g,f} = G_{d,e,x}^{f,g}$,
- permuter tous les indices supérieurs avec tous les indices inférieurs de $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g}$ a pour effet de conjuguer la valeur de $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g}$: $G_{f,\dots,g,x}^{d,\dots,e} = \left(G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g}\right)^*$.

10

D'autre part, la notation suivante est adoptée : la quantité $[r]G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g} G_{h,\dots,i,x}^{j,\dots,k} \dots G_{l,\dots,m,x}^{n,\dots,o}$ désigne la combinaison linéaire des r produits possibles et distincts (modulo les trois symétries décrites précédemment) de type $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g} G_{h,\dots,i,x}^{j,\dots,k} \dots G_{l,\dots,m,x}^{n,\dots,o}$, pondérés par la valeur 1. Chacun des r produits

15 est construit à partir du produit $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g} G_{h,\dots,i,x}^{j,\dots,k} \dots G_{l,\dots,m,x}^{n,\dots,o}$ en utilisant et en combinant les deux règles de permutation suivantes :

- un indice inférieur d'un des termes du produit $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g} G_{h,\dots,i,x}^{j,\dots,k} \dots G_{l,\dots,m,x}^{n,\dots,o}$ permute avec un indice inférieur d'un autre terme du même produit $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g} G_{h,\dots,i,x}^{j,\dots,k} \dots G_{l,\dots,m,x}^{n,\dots,o}$ pour donner un autre produit (distinct) : par exemple, pour $(q_1, q_2) = (2, 2)$, $G_{d,e,x}^{f,g} G_{h,i,x}^{j,k}$ donne comme autres produits distincts (modulo les trois symétries décrites précédemment) $G_{h,e,x}^{f,g} G_{d,i,x}^{j,k}$, $G_{d,i,x}^{f,g} G_{h,e,x}^{j,k}$ et $G_{h,i,x}^{f,g} G_{d,e,x}^{j,k}$,
- un indice supérieur d'un des termes du produit $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g} G_{h,\dots,i,x}^{j,\dots,k} \dots G_{l,\dots,m,x}^{n,\dots,o}$ permute avec un indice supérieur d'un autre terme du même produit $G_{d,\dots,e,x}^{f,\dots,g} G_{h,\dots,i,x}^{j,\dots,k} \dots G_{l,\dots,m,x}^{n,\dots,o}$ pour donner un autre produit (distinct) : par

25

exemple, pour $(q_1, q_2) = (2, 2)$, $G_{d,e,x}^{f,g} G_{h,i,x}^{j,k}$ donne comme autres produits distincts (modulo les trois symétries décrites précédemment)

$$G_{d,e,x}^{j,g} G_{h,i,x}^{f,k}, G_{d,e,x}^{f,k} G_{h,i,x}^{j,g} \text{ et } G_{d,e,x}^{j,k} G_{h,i,x}^{f,g},$$

afin d'obtenir la totalité des r produits possibles et distincts (modulo les trois symétries décrites précédemment).

L'exemple suivant, où $(q_1, q_2) = (2, 1)$ et $r = 9$, illustre cette notation :

$$\begin{aligned} [9] \quad G_{d,e,x}^{g,h} G_{f,x}^i &= G_{d,e,x}^{g,h} G_{f,x}^i + G_{d,f,x}^{g,h} G_{e,x}^i + G_{f,e,x}^{g,h} G_{d,x}^i + G_{d,e,x}^{g,i} G_{f,x}^h \\ &+ G_{d,e,x}^{i,h} G_{f,x}^g + G_{d,f,x}^{g,i} G_{e,x}^h + G_{d,f,x}^{h,i} G_{e,x}^g + G_{f,e,x}^{g,i} G_{d,x}^h + G_{f,e,x}^{i,h} G_{d,x}^g \quad (3) \end{aligned}$$

10 Statistiques d'ordre m

Dans le cas de sources stationnaires ou cyclostationnaires potentiellement non centrées, les statistiques circulaires d'ordre m du vecteur $\mathbf{x}(t)$, donné par (1), s'écrivent

$$C_{i_1, i_2, \dots, i_q, \mathbf{x}}^{i_{q+1}, i_{q+2}, \dots, i_m} = \langle C_{i_1, i_2, \dots, i_q, \mathbf{x}}^{i_{q+1}, i_{q+2}, \dots, i_m}(t) \rangle_c \quad (4)$$

15

où le symbole $\langle f(t) \rangle_c = \lim_{T \rightarrow \infty} (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$ correspond à l'opération de moyennage temporel en temps continu de $f(t)$ sur un horizon d'observation infini.

$$C_{i_1, i_2, \dots, i_q, \mathbf{x}}^{i_{q+1}, i_{q+2}, \dots, i_m}(t) = \text{Cum}(x_{i_1}(t), x_{i_2}(t), \dots, x_{i_q}(t), x_{i_{q+1}}(t)^*, x_{i_{q+2}}(t)^*, \dots, x_{i_m}(t)^*)$$

20 (5)

où q termes sont conjugués et q termes sont non conjugués.

Les statistiques d'ordre m décrites par l'expression (5) sont dites circulaires car le cumulants $\text{Cum}\{x_d(t), x_e(t), \dots, x_f(t), x_g(t)^*, x_h(t)^*, \dots, x_i(t)^*\}$

d'ordre m est calculé à partir d'autant de termes conjugués ($x_g(t)^*$, $x_h(t)^*$, ..., $x_i(t)^*$) que de termes non conjugués ($x_d(t)$, $x_e(t)$, ..., $x_f(t)$).

Les cumulants circulaires d'ordre m peuvent être exprimés en fonction de moments d'ordre inférieur à m de la manière donnée ci-après.

5

Soient $M_{i_1, i_2, \dots, i_q, \mathbf{x}}^{i_{q+1}, i_{q+2}, \dots, i_m}(t)$ et $C_{i_1, i_2, \dots, i_q, \mathbf{x}}^{i_{q+1}, i_{q+2}, \dots, i_m}(t)$ les moments et

cumulants circulaires d'ordre m associés au vecteur d'observation $\mathbf{x}(t)$, définis par :

$$10 \quad M_{i_1, i_2, \dots, i_q, \mathbf{x}}^{i_{q+1}, i_{q+2}, \dots, i_m}(t) = E[x_{i_1}(t), x_{i_2}(t), \dots, x_{i_q}(t), x_{i_{q+1}}(t)^*, x_{i_{q+2}}(t)^*, \dots, x_{i_m}(t)^*]$$

$$C_{i_1, i_2, \dots, i_q, \mathbf{x}}^{i_{q+1}, i_{q+2}, \dots, i_m}(t) = \sum_{k=1}^m (-1)^{k-1} (k-1)! \sum_{g=1}^G \prod_{S_g^k \in \text{Part}_{g, \mathbf{x}}^k} M[S_g^k](t)$$

$\text{Part}_{g, \mathbf{x}}^k = \{S_{g, \mathbf{x}}^k(1) \cup S_{g, \mathbf{x}}^k(1) \cup \dots \cup S_{g, \mathbf{x}}^k(k)\}$ désigne la « g »-ième partition, parmi

« G_k » possibles, de « k » sous-ensembles $S_{g, \mathbf{x}}^k = \{i_u, i_v, \dots, i_w\}_{i_r, i_s, \dots, i_t, \mathbf{x}}$, où $1 \leq r \neq s \neq \dots \neq t$

15 $\leq q$ et $q+1 \leq u \neq v \neq \dots \neq w \leq m$, telle que $\text{Part}_{g, \mathbf{x}}^k = \{i_{q+1}, i_{q+2}, \dots, i_m\}_{i_1, i_2, \dots, i_q, \mathbf{x}}$. Quant à

l'opérateur union, noté \cup , il vérifie

$$\begin{aligned} & \{i_p, i_r, \dots, i_s\}_{i_j, i_h, \dots, i_o, \mathbf{x}} \cup \{i_w, i_y, \dots, i_z\}_{i_t, i_u, \dots, i_v, \mathbf{x}} \\ &= \{i_p, i_r, \dots, i_s, i_w, i_y, \dots, i_z\}_{i_j, i_h, \dots, i_o, i_t, i_u, \dots, i_v, \mathbf{x}} \end{aligned}$$

De manière pratique, deux grandes familles d'estimateurs peuvent être utilisées pour estimer les statistiques précédentes : dans le cas
20 de sources stationnaires, on peut employer un estimateur empirique non biaisé et consistant pour des sources stationnaires, ergodiques, alors que dans le cas de sources cyclostationnaires potentiellement non centrées, il faut employer un estimateur dit exhaustif, non biaisé et consistant pour des sources cyclostationnaires, cycloergodiques, potentiellement non centrées.

Cet estimateur exhaustif est par exemple déterminé selon une démarche décrite dans les références [13-14].

Agencement et stockage des statistiques d'ordre m

Comme il est montré ci-dessus les statistiques $C_{d,e,\dots,f,x}^{g,h,\dots,k}$, pour
 5 $1 \leq d, e, \dots, f, g, h, \dots, k \leq N$ sont des fonctions à $m = 2q$ entrées (m pair), il
 alors possible de les ranger dans une matrice ($N^q \times N^q$) que l'on nommera
 $\mathbf{C}_{m,x}$.

De manière explicite, la quantité $C_{d,e,\dots,f,x}^{g,h,\dots,k}$ se trouve située à la i -
 ème ligne et à la j -ème colonne de la matrice $\mathbf{C}_{m,x}$ en posant $i = N[\dots N[(d-$
 10 $1)+e-1]+ \dots]+k$ et $j = N[\dots N[(g-1) + h-1]+ \dots]+f$.

Agencement et statistiques d'ordre 4

Dans le cas de sources stationnaires centrées, les statistiques circulaires d'ordre 4 du vecteur $\mathbf{x}(t)$, donné par (1), s'écrivent

$$15 \quad C_{d,e,x}^{f,g} = \text{Cum}\{x_d(t), x_e(t), x_f(t)^*, x_g(t)^*\} = M_{d,e,x}^{f,g} - M_{d,e,x} M_x^{f,g} - [2] M_{d,x}^f M_{e,x}^g \quad (4)'$$

De manière pratique, ces statistiques peuvent être estimées en employant un estimateur empirique non biaisé et consistant pour des sources stationnaires, ergodiques, centrées.

20 Dans le cas de sources cyclostationnaires potentiellement non centrées, les statistiques circulaires d'ordre 4 du vecteur $\mathbf{x}(t)$ à prendre en considération, s'écrivent

$$\begin{aligned} C_{d,e,x}^{f,g} &= \langle \text{Cum}\{x_d(t), x_e(t), x_f(t)^*, x_g(t)^*\} \rangle_C = \langle M_{d,e,x}^{f,g}(t) \rangle_C - \langle [4] M_{d,x}^f(t) M_{e,x}^g(t) \rangle_C \\ &>_C - \langle M_{d,e,x}(t) M_x^{f,g}(t) \rangle_C - \langle [2] M_{d,x}^f(t) M_{e,x}^g(t) \rangle_C + 2 \langle M_{d,x}(t) M_{e,x}(t) M_x^{f,g}(t) \rangle_C \\ 25 &>_C + 2 \langle M_x^f(t) M_x^g(t) M_{d,e,x}(t) \rangle_C + 2 \langle [4] M_{d,x}(t) M_x^f(t) M_{e,x}^g(t) \rangle_C - 6 \langle \\ &M_{d,x}(t) M_{e,x}(t) M_x^f(t) M_x^g(t) \rangle_C \quad (5)' \end{aligned}$$

De manière pratique, ces statistiques d'ordre 4 peuvent être estimées en employant l'estimateur dit exhaustif non biaisé et consistant pour des sources cyclostationnaires, cycloergodiques, potentiellement non centrées. Cet estimateur exhaustif est décrit dans [13-14].

- 5 Comme il est montré ci-dessus les statistiques $C_{d,e,f,x}^{f,g}$, pour $1 \leq d, e, f, g \leq N$ sont des fonctions à quatre entrées, il est alors possible de les ranger dans une matrice ($N^2 \times N^2$) que l'on nommera matrice de *quadricovariance* Q_x donnée par exemple dans la référence [13-14].

Agencement et Statistiques d'ordre 6

- 10 Dans le cas de sources stationnaires centrées, les statistiques circulaires d'ordre 6 du vecteur $\mathbf{x}(t)$, donné par (1), s'écrivent

$$C_{d,e,f,x}^{g,h,i} = \text{Cum}\{x_d(t), x_e(t), x_f(t), x_g(t)^*, x_h(t)^*, x_i(t)^*\} = M_{d,e,f,x}^{g,h,i} - [3]M_{d,e,f,x}^g M_x^{h,i} - [9]M_{d,e,x}^{g,h} M_{f,x}^i - [3]M_{d,e,x} M_{f,x}^{g,h,i} + 2[9]M_{d,e,x} M_{f,x}^g M_x^{h,i} + 2[6]M_{d,x}^g M_{e,x}^h M_{f,x}^i \quad (6)$$

- 15 En pratique, ces statistiques peuvent être estimées en employant un estimateur empirique non biaisé et consistant pour des sources stationnaires, ergodiques, centrées.

Dans le cas de sources cyclostationnaires centrées, les statistiques circulaires d'ordre 6 du vecteur $\mathbf{x}(t)$, donné par (1), s'écrivent

$$20 \quad C_{d,e,f,x}^{g,h,i} = \langle \text{Cum}\{x_d(t), x_e(t), x_f(t), x_g(t)^*, x_h(t)^*, x_i(t)^*\} \rangle_c = \langle M_{d,e,f,x}^{g,h,i}(t) \rangle_c - \langle [3]M_{d,e,f,x}^g(t) M_x^{h,i}(t) \rangle_c - \langle [9]M_{d,e,x}^{g,h}(t) M_{f,x}^i(t) \rangle_c - \langle [3]M_{d,e,x}(t) M_{f,x}^{g,h,i}(t) \rangle_c + 2 \langle [9]M_{d,e,x}(t) M_{f,x}^g(t) M_x^{h,i}(t) \rangle_c + 2 \langle [6]M_{d,x}^g(t) M_{e,x}^h(t) M_{f,x}^i(t) \rangle_c \quad (7)$$

- De manière pratique, ces statistiques d'ordre 6 peuvent être estimées en employant un estimateur dit exhaustif non biaisé et consistant pour des sources centrées cyclostationnaires, cycloergodiques.
- 25

Comme il est montré ci-dessus les statistiques $C_{d,e,f,x}^{g,h,k}$, pour $1 \leq d, e, f, g, h, k \leq N$ sont des fonctions à six entrées, il est alors possible de les

ranger dans une matrice ($N^3 \times N^3$) que l'on nommera matrice d'hexacovariance \mathbf{H}_x .

Principe mis en œuvre dans le procédé selon l'invention

- 5 Le procédé selon l'invention utilise notamment une propriété de multilinéarité des cumulants et la gaussianité du bruit qui se traduisent par l'expression matricielle suivante

$$\mathbf{C}_{m,x} = [\mathbf{A}^{\otimes(q-1)} \otimes \mathbf{A}^*] \mathbf{C}_{m,s} [\mathbf{A}^{\otimes(q-1)} \otimes \mathbf{A}^*]^H \quad (10)$$

- où $\mathbf{C}_{m,x}$ et $\mathbf{C}_{m,s}$ sont les matrices des statistiques d'ordre m , définies précédemment, de taille respective ($N^q \times N^q$) et ($P^q \times P^q$), et associées aux vecteurs $\mathbf{x}(t)$ et $\mathbf{s}(t)$ où $\mathbf{A}^{\otimes(q-1)}$ correspond à une notation adoptée définie ainsi : la matrice $\mathbf{B}^{\otimes k}$ désigne la matrice \mathbf{B} élevée à la puissance (au sens du produit de Kronecker) k , c'est-à-dire en effectuant le produit de Kronecker $\mathbf{B}^{\otimes k} = \underbrace{\mathbf{B} \otimes \mathbf{B} \otimes \dots \otimes \mathbf{B}}_{k \text{ fois}}$, en posant $\mathbf{B}^{\otimes 0} = 1$.

- 15 Rappelons dès lors quelle est la définition du produit de Kronecker : soient \mathbf{A} et \mathbf{B} deux matrices de taille respective ($L_A \times C_A$) et ($L_B \times C_B$), le produit de Kronecker $\mathbf{D} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ est une matrice de taille ($L_A L_B \times C_A C_B$) définie par $\mathbf{D} = (A_{ij} \mathbf{B})_{1 \leq i \leq L_A, 1 \leq j \leq C_A}$.

- Sans sortir du cadre de l'invention d'autres écritures associées à d'autres rangements des cumulants peuvent être utilisées comme par exemple :

$$\mathbf{C}_{m,x} = [\mathbf{A}^{\otimes q}] \mathbf{C}_{m,s, l} [\mathbf{A}^{\otimes q}]^H \quad (10 \text{ bis})$$

- où l est choisi arbitrairement entre 1 et q et où $\mathbf{C}_{m,s, l}$ est la matrice des statistiques d'ordre $m = 2q$ de $\mathbf{s}(t)$ associée à l'indice l choisi. Chaque écriture conditionne le nombre de sources potentiellement identifiables à partir d'un réseau donné.

Dans la suite de la description, l'analyse est donnée en utilisant l'écriture de la relation (10).

Dans la mesure où les sources sont indépendantes, la matrice des statistiques d'ordre m associée aux sources, $\mathbf{C}_{m,s}$, est une matrice diagonale. Néanmoins, elle s'avère ne pas être de rang plein. Le procédé selon l'invention considère une matrice déterminée à partir d'une matrice diagonale de rang plein des autocumulants et de la matrice représentant la juxtaposition des P vecteurs colonnes relatifs aux vecteurs directeurs des sources :

$$\mathbf{C}_{m,x} = \mathbf{A}_q \zeta_{m,s} \mathbf{A}_q^H \quad (11)$$

où $\zeta_{m,s} = \text{diag}([C_{1,1,\dots,1,s}^{1,1,\dots,1}, \dots, C_{P,P,\dots,P,s}^{P,P,\dots,P}])$ est la matrice diagonale de rang plein des autocumulants $C_{p,p,\dots,p,s}^{p,p,\dots,p}$ d'ordre $m = 2q$ des P sources, de taille $(P \times P)$, et où $\mathbf{A}_q = [\mathbf{a}_1^{\otimes(q-1)} \otimes \mathbf{a}_1^* \dots \mathbf{a}_P^{\otimes(q-1)} \otimes \mathbf{a}_P^*]$, de taille $(N^q \times P)$ et supposée de rang plein, représente la juxtaposition des P vecteurs colonnes $[\mathbf{a}_p^{\otimes(q-1)} \otimes \mathbf{a}_p^*]$. De plus, nous supposons que la matrice $\mathbf{A}_{(q-1)} = [\mathbf{a}_1^{\otimes(q-2)} \otimes \mathbf{a}_1^* \dots \mathbf{a}_P^{\otimes(q-2)} \otimes \mathbf{a}_P^*]$, de taille $(N^{(q-1)} \times P)$, est également de rang plein.

Le procédé selon l'invention permet avantageusement d'exploiter et d'extraire par exemple la totalité de l'information propre aux vecteurs directeurs \mathbf{a}_p des sources, contenue de manière redondante dans la matrice des statistiques circulaires d'ordre $m = 2q$ du vecteur d'observations $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{C}_{m,x}$ et plus particulièrement dans la matrice \mathbf{A}_q .

Le procédé comporte par exemple les étapes décrites ci-après. L'échantillons du vecteur $\mathbf{x}(t)$ sont supposés avoir été observés et la matrice $\mathbf{C}_{m,x}$ est supposée avoir été estimée à partir de ces échantillons.

Etape 1 : décomposer en valeurs singulières la matrice $\mathbf{C}_{m,x}$

Calculer la racine carrée $\mathbf{C}_{m,x}^{1/2}$ de $\mathbf{C}_{m,x}$ de rang plein, par exemple en décomposant en éléments propres la matrice hermitienne $\mathbf{C}_{m,x} = \mathbf{E}_s \mathbf{L}_s \mathbf{E}_s^H$ où \mathbf{L}_s et \mathbf{E}_s sont respectivement la matrice diagonale des P plus grandes (en valeur absolue) valeurs propres réelles de $\mathbf{C}_{m,x}$ et la matrice des vecteurs propres orthonormés associés. Cette étape fait apparaître le lien existant entre $\mathbf{C}_{m,x}^{1/2}$ et \mathbf{A}_q :

$$\mathbf{C}_{m,x}^{1/2} = \mathbf{E}_s |\mathbf{L}_s|^{1/2} = \mathbf{A}_q \zeta_{m,s}^{1/2} \mathbf{V}^H = [\mathbf{a}_1^{\otimes(q-1)} \otimes \mathbf{a}_1^* \dots \mathbf{a}_P^{\otimes(q-1)} \otimes \mathbf{a}_P^*] \zeta_{m,s}^{1/2} \mathbf{V}^H \quad (12)$$

où \mathbf{V} est une matrice unitaire, de taille $(P \times P)$, unique pour \mathbf{L}_s et \mathbf{E}_s données, et où $|\mathbf{L}_s|^{1/2}$, $\zeta_{m,s}^{1/2}$ sont des racines carrées respectivement de $|\mathbf{L}_s|$ et $\zeta_{m,s}$ ($|\cdot|$ désigne l'opérateur valeur absolue).

\mathbf{L}_s et \mathbf{E}_s sont par exemple respectivement la matrice diagonale des P plus
5 grandes (en valeur absolue) valeurs propres réelles de $\mathbf{C}_{m,x}$ et la matrice des vecteurs propres orthonormés associés.

Pour une matrice \mathbf{A}_q de rang plein, il est possible de vérifier que l'hypothèse **(H4)** équivaut à supposer les éléments diagonaux de \mathbf{L}_s non nuls et de même signe.

10 Etape 2

Extraire de la matrice $\mathbf{C}_{m,x}^{1/2} = [\Gamma_1^T, \dots, \Gamma_N^T]^T$ les N blocs matriciels Γ_n : chaque bloc Γ_n de taille $(N(q-1) \times P)$ est constitué des $N(q-1)$ lignes successives de $\mathbf{C}_{m,x}^{1/2}$ à compter de la « $N(q-1)(n-1)+1$ »-ième.

Etape 3

15 Construire les $N(N-1)$ matrices Θ_{n_1,n_2} définies, pour tous $1 \leq n_1 \neq n_2 \leq N$, par $\Theta_{n_1,n_2} = \Gamma_{n_1}^\# \Gamma_{n_2}$ où $\#$ désigne l'opérateur de pseudoinversion.

En notant pour tout $1 \leq n \leq N$, $\Phi_n = \text{diag}([A_{n1}, A_{n2}, \dots, A_{nP}])$ où A_{ij} est la composante de \mathbf{A} située à la i -ième ligne et j -ième colonne, on a l'égalité $\Gamma_n = \mathbf{A}_{(q-1)} \Phi_n \zeta_{m,s}^{1/2} \mathbf{V}^H$ pour tout $1 \leq n \leq N$, et le fait que la matrice \mathbf{V} diagonalise
20 conjointement les $N(N-1)$ matrices $\Theta_{n_1,n_2} = \Gamma_{n_1}^\# \Gamma_{n_2} = \mathbf{V} \zeta_{m,s}^{-1/2} \Phi_{n_1}^{-1} \Phi_{n_2} \zeta_{m,s}^{1/2} \mathbf{V}^H$, qui rappelons-le, sont de taille $(P \times P)$.

Etape 4

Déterminer la matrice \mathbf{V}_{sol} , solution au problème de diagonalisation conjointe des $N(N-1)$ matrices Θ_{n_1,n_2} par exemple en utilisant
25 une méthode de diagonalisation décrite dans la référence [2]. La matrice $\mathbf{C}_{m,x}^{1/2} \mathbf{V}_{\text{sol}}$, où $\mathbf{V}_{\text{sol}} = \mathbf{V} \mathbf{T}$ est une matrice unitaire diagonalisant conjointement les matrices Θ_{n_1,n_2} à une matrice \mathbf{T} triviale unitaire près est une estimée de la matrice \mathbf{A}_q à une matrice triviale près.

Différentes méthodes connues de l'Homme du métier permettent d'extraire de \mathbf{A}_q une estimée $\hat{\mathbf{A}}$ de la matrice de mélange \mathbf{A} .

Etape 5

Etape 5A

- 5 Une manière de procéder consiste par exemple à moyennner les $K = N^{(q-1)}$ blocs $(\Sigma_k)^*$ de taille $(N \times P)$ (pour tout $1 \leq k \leq N^{(q-1)}$) (le bloc Σ_k est constitué des N lignes successives de $\mathbf{A}_q = [\Sigma_1^T, \dots, \Sigma_k^T]^T$ à compter de la « $(k-1)+1$ »-ième), ou bien de n'en retenir qu'un seul, par exemple $(\Sigma_1)^*$. Cette approche permet d'estimer, dans le désordre et à une amplitude près, les P vecteurs directeurs \mathbf{a}_p et donc, à une matrice triviale près, la matrice de mélange \mathbf{A} .

Etape 5B

Une autre manière consiste par exemple, pour chacune des P colonnes \mathbf{b}_p de $\mathbf{A}_q = [\mathbf{a}_1^{\otimes (q-1)} \otimes \mathbf{a}_1^* \dots \mathbf{a}_p^{\otimes (q-1)} \otimes \mathbf{a}_p^*]$,

- 15 • extraire les $K = N^{(q-2)}$ vecteurs $\mathbf{b}_p(k)$ empilés les uns en dessous des autres tels que :

$$\mathbf{b}_p = [\mathbf{a}_p^{\otimes (q-1)} \otimes \mathbf{a}_p^*] = [\mathbf{b}_p(1)^T, \mathbf{b}_p(2)^T, \dots, \mathbf{b}_p(K)^T]^T \quad (14) \text{ puis}$$

- convertir les dits vecteurs colonne $\mathbf{b}_p(k) = (A_{ip} \dots A_{jp}) [\mathbf{a}_p \otimes \mathbf{a}_p, *]$ de taille $(N^2 \times 1)$ en matrice $\mathbf{B}_p(k) = (A_{ip} \dots A_{jp}) [\mathbf{a}_p \mathbf{a}_p^H]$ (où $1 \leq i, j \leq N$) de taille $(N \times N)$ et
- 20 • décomposer conjointement ces $K = N^{(q-2)}$ matrices en valeurs singulières (SVD) : le vecteur propre commun aux K matrices $\mathbf{B}_p(k)$ et associé à la plus forte (en module) valeur propre, est donc un vecteur colonne de la matrice \mathbf{A} . A noter que la quantité $(A_{ip} \dots A_{jp})$ est dans le cas présent le
- 25 produit de $(q-2)$ composantes de \mathbf{A} .

Cette étape de traitement sur les P colonnes \mathbf{b}_p de \mathbf{A}_q , permet d'estimer, dans le désordre et à une phase près, les P vecteurs directeurs \mathbf{a}_p et donc, à une matrice triviale unitaire près, la matrice de mélange \mathbf{A} .

Etape 6

La matrice de mélange A représentative des vecteurs directeurs des sources contient à elle seule l'information nécessaire à la localisation angulaire des sources. Dans ce contexte, à partir de l'estimée des différentes colonnes de A , il est possible de mettre en œuvre une méthode arbitraire de goniométrie exploitant cette information. Une telle méthode est par exemple
5 présentée dans le document [18].

Etape 7

Pour estimer le vecteur de sources $\mathbf{s}(t)$, en contexte surdéterminé (i.e. lorsque $P \leq N$), le procédé applique aux observations $\mathbf{x}(t)$ un filtre de
10 type LIT utilisant explicitement l'estimée de la matrice de mélange A . On peut par exemple choisir le filtre FAS décrit dans la référence [17], optimal en présence de sources décorréélées.

Le procédé comporte par exemple une **étape 0**, qui consiste à
15 construire, à partir des différents vecteurs d'observations $\mathbf{x}(t)$, une estimée $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}$ de la matrice de statistiques $\mathbf{C}_{m,x}$ des observations, selon la méthode donnée précédemment. Dans ce cas les étapes 1 à 6 du procédé sont mises en œuvre sur l'estimée $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}$ de la matrice.

20 Critère de performance

Selon une variante de réalisation, le procédé comporte une étape utilisant un nouveau critère de performances pour l'évaluation d'identification aveugle de mélange. Ce critère n'est pas global et permet d'évaluer la qualité d'identification de chaque vecteur directeur estimé : on
25 peut alors comparer deux méthodes distinctes d'identification aveugle vis à vis de chaque vecteur directeur, et donc de chaque source. Ce critère est l'extension à l'identification aveugle de mélange du critère basé sur le SINR (rapport signal sur bruit) donné dans la référence [17] introduit pour l'extraction aveugle de sources. C'est un P -uplet décrit par

$$30 \quad D(\mathbf{A}, \hat{\mathbf{A}}) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P) \quad (15) \quad \text{où}$$

$$\alpha_p = \min_{1 \leq i \leq P} [d(\mathbf{a}_p, \hat{\mathbf{a}}_i)] \quad (16)$$

et où $d(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ est la pseudodistance entre les vecteurs \mathbf{u} et \mathbf{v} , définie par

$$d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 1 - \frac{|\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle|^2}{\|\mathbf{u}\|^2 \|\mathbf{v}\|^2} \quad (17)$$

Notons que $\langle ., . \rangle$ désigne le produit scalaire défini pour deux vecteurs de
5 même dimension.

Le procédé décrit pour l'ordre $m = 2q$ s'applique notamment pour les statistiques à l'ordre 4 et les statistiques à l'ordre 6 par exemple selon les exemples donnés ci-après.

10 **Application de la méthode pour la séparation aveugle de sources à l'ordre 4**

Une variante de réalisation du procédé dénommée ICAR (*Independent Component Analysis using Redundancies in the quadricovariance*) exploite les statistiques d'ordre $m = 4$ ($q = 2$), correspondant à
15 la matrice de quadricovariance circulaire des observations $\mathbf{C}_{m,x}$, notée \mathbf{Q}_x . Ce procédé permet l'identification aveugle du mélange instantané \mathbf{A} ou l'extraction autodidacte des sources $\mathbf{s}(t)$ dans le cas où $N \geq P$, autrement dit uniquement lorsque le mélange est surdéterminé.

Le modèle (1) est supposé vérifié ainsi que les hypothèses \mathbf{H}_{1-4} à
20 l'ordre 4.

Le procédé dénommé ICAR exploite notamment l'expression (11) qui traduite pour des statistiques d'ordre 4 s'exprime :

$$\mathbf{Q}_x = \mathbf{A}_2 \zeta_{4,s} \mathbf{A}_2^H \quad (18)$$

où $\zeta_{4,s} = \text{diag}([C_{1,1,s}^{1,1}, \dots, C_{P,P,s}^{P,P}])$ est la matrice de rang plein des
25 autocumulants $C_{p,p,s}^{p,p}$ d'ordre 4 des sources, de taille $(P \times P)$, et où $\mathbf{A}_2 = [\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{a}_1^* \dots \mathbf{a}_P \otimes \mathbf{a}_P^*]$, de taille $(N^2 \times P)$ et supposée de rang plein, représente la juxtaposition des P vecteurs colonnes $[\mathbf{a}_p \otimes \mathbf{a}_p^*]$. De plus, en supposant que la matrice de mélange \mathbf{A} , de taille $(N \times P)$, est également de rang plein.

Le procédé effectuée par exemple les étapes 0 à 5 décrites dans le cas de l'application à l'ordre $m=2q$, en utilisant les paramètres suivants : $C_{m,x} = Q_x$ et $\zeta_{m,s} = \zeta_{4,s}$

Dans cet exemple de mise en œuvre, le procédé peut aussi
5 comprendre une étape 0 qui consiste à : construire, à partir des différents vecteurs d'observations $\mathbf{x}(t)$, une estimée \hat{Q}_x la matrice de quadricovariance Q_x des observations. Les étapes 1 à 6 sont ensuite déroulées sur cette valeur estimée.

Exemples de résultats obtenus en appliquant la méthode à l'ordre 4

10 Les figures 2, 3 et 4 représentent dans un diagramme où l'abscisse correspond au nombre d'échantillons L et l'ordonnée aux performances, des résultats de simulation présentant les performances du procédé selon l'invention à l'ordre 4 présenté ci-dessus d'ICAR (en mettant en œuvre l'étape 5B), ICAR₂ (en mettant en œuvre l'étape 5A) et des
15 méthodes de séparation aveugle de sources (COM1, COM2, JADE, FastICA) connues de l'Homme du métier. Les conditions de simulation sont les suivantes :

- $P = 3$ sources non filtrées, une BPSK et deux QPSK, sont supposées être réceptionnées sur un réseau circulaire de $N = 5$ capteurs tel que $R/\lambda =$
20 0.55 (avec R et λ le rayon du réseau et la longueur d'onde) et tel que le rapport signal sur bruit, noté SNR, soit égal à 20 dB pour chaque source.
- Le bruit est Gaussien et non corrélé spatialement.
- Les trois sources sont en bande de base et leur temps symbole est choisi
25 égal au temps d'échantillonnage.
- Le critère employé pour apprécier au mieux les résultats d'extraction de la source p pour une méthode donnée est le rapport signal sur bruit plus brouilleur maximal associé à la source p , plus connu sous le dénominateur de $SINRM_p$ [17]. Il peut alors être comparé au $SINRM_p$
30 optimal calculé en utilisant non pas la matrice de mélange estimée mais au contraire la matrice de mélange exacte ainsi que les statistiques

exactes des observations. C'est cette comparaison qui est présentée dans les figures 2-4.

Plus particulièrement, la figure 2 représente les SINRM de la source 1 associés à ICAR, ICAR₂ mais aussi aux méthodes de séparation aveugle de sources les plus performantes actuellement telles que JADE, COM1, COM2 et FastICA.

La figure 3 représente le SINRM de la source 2 pour les mêmes méthodes (ICAR, ICAR₂, JADE, COM1, COM2, FAST ICA) et la figure 4 ceux de la source 3.

10 Sur chacune des trois figures, apparaît le fait que les deux méthodes ICAR et ICAR₂ ont des performances très bonnes et légèrement meilleures que les autres méthodes JADE, COM1, COM2 et FastICA. Quant à l'algorithme FastICA, sa meilleure performance concerne la source 2 pour laquelle il converge complètement à partir de 550 échantillons.

15 Quant à la différence de résultat entre ICAR et ICAR₂ elle s'avère dans cette configuration être négligeable devant l'écart de performance entre les méthodes ICAR et les méthodes JADE, COM1, COM2 et FastICA, toutefois très bonnes.

20 **Application du procédé à l'ordre 6**

Selon une autre variante de réalisation, le procédé utilise les statistiques à l'ordre 6. Cette variante dénommée BIRTH (*Blind Identification of mixtures of sources using Redundancies in the data Hexacovariance matrix*) permet à partir d'un réseau de N capteurs d'identifier les vecteurs directeurs d'au plus $P = N^2$ sources (cas d'un réseau à capteurs différents). Elle permet également l'extraction d'au plus $P = N$ sources dont les vecteurs directeurs sont explicitement identifiés.

Le procédé BIRTH utilise certaines statistiques d'ordre 6, stockées dans la matrice d'hexacovariance $C_{6,x}$ désignée \mathbf{H}_x . Ainsi, cette variante de mise en oeuvre exploite pleinement l'information propre au mélange instantané \mathbf{A}

des sources, contenue dans \mathbf{H}_x , notamment grâce à une astucieuse écriture de \mathbf{H}_x par rapport aux vecteurs directeurs des sources, et ce au moyen de la propriété de multilinéarité des cumulants :

$$\mathbf{H}_x = \mathbf{A}_3 \zeta_{6,s} \mathbf{A}_3^H \quad (20)$$

- 5 où $\zeta_{6,s} = \text{diag}([C_{1,1,1,1,s}^{1,1,1}, \dots, C_{P,P,P,s}^{P,P,P}])$ est la matrice de rang plein des autocumulants $C_{\rho,\rho,\rho,s}^{p,p,p}$ d'ordre 6 des sources, de taille $(P \times P)$, et où $\mathbf{A}_3 = [$
 $\mathbf{a}_1, \otimes^2 \mathbf{a}_1, * \dots \mathbf{a}_P, \otimes^2 \mathbf{a}_P, *]$, de taille $(N^3 \times P)$ et supposée de rang
 plein, représente la juxtaposition des P vecteurs colonnes $[\mathbf{a}_p^{\otimes 2} \otimes \mathbf{a}_p, *] =$
 $[\mathbf{a}_p \otimes \mathbf{a}_p \otimes \mathbf{a}_p^*]$. De plus, nous supposons que la matrice $\mathbf{A}_2 = [$
 10 $\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{a}_1^* \dots$
 $\mathbf{a}_P \otimes \mathbf{a}_P^*]$, de taille $(N^2 \times P)$, est également de rang plein.

Le procédé à l'ordre 6 comporte les étapes 1 à 6 et l'étape 0 décrites ci-dessus en utilisant les paramètres suivants : $\mathbf{C}_{m,x} = \mathbf{H}_x$ et $m=3$.

Simulations

15 Les figures 5, 6, 7 et 8 représentent dans un diagramme où l'abscisse correspond au nombre d'échantillons L et l'ordonnée aux performances, le bon fonctionnement du procédé selon l'invention à l'ordre 6. Les conditions d'obtention des courbes sont les suivantes :

- supposons que $P = 3$ sources statistiquement indépendantes, plus particulièrement deux QPSK et une BPSK toutes trois non filtrées, sont
 20 reçues sur un réseau linéaire de $N = 2$ capteurs tel que $R / \lambda = 0.55$ (avec R et λ étant respectivement le rayon du réseau et la longueur d'onde).
- Les trois sources, supposées synchronisées, ont même rapport signal sur bruit, noté SNR et égal à 20 dB pour chaque source avec pour temps
 25 symbole quatre fois le temps d'échantillonnage.
- La BPSK est choisie en bande de base, alors que les deux QPSK ont des porteuses respectivement égales à la moitié et au tiers de la fréquence d'échantillonnage.

- La matrice de mélange \mathbf{A} est choisie de manière à ce que les vecteurs colonnes de la matrice \mathbf{A}_3 soient linéairement indépendants. Le bruit est quant à lui Gaussien et non corrélé spatialement.
- Le mélange instantané de sources bruitées est considéré comme un mélange surdéterminé car le nombre de sources est supérieur au nombre de capteurs. Les algorithmes JADE, COM1, COM2, S3C2 connus de l'Homme du métier et le procédé selon l'invention à l'ordre 6 sont mis en oeuvre afin d'identifier de manière autodidacte le mélange surdéterminé \mathbf{A} .
- Le critère de performances α_p , défini par l'équation (18), est calculé sur 200 réalisations et ce pour chaque source p ($1 \leq p \leq 3$) : il va ainsi permettre la comparaison des cinq méthodes.

Sous les hypothèses précédentes, la figure 5 montre les variations de la quantité α_3 à la sortie des algorithmes JADE, COM1, COM2, S3C2 et le procédé selon l'invention BIRTH en fonction du nombre d'échantillons. Le procédé selon l'invention permet d'identifier le vecteur directeur en question contrairement aux méthodes de l'art antérieur.

La figure 6 montre, dans le même contexte, les variations du triplet $D(\mathbf{A}, \hat{\mathbf{A}}) = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, associé au procédé selon l'invention à l'ordre 6, en fonction du nombre d'échantillons. Les trois coefficients α_p décroissent rapidement vers zéro à mesure que le nombre d'échantillons augmente.

La figure 7 présente les variations de la quantité α_3 à la sortie des méthodes selon l'art antérieur JADE, COM1, COM2, S3C2 et le procédé selon l'invention en fonction, cette fois, du rapport signal sur bruit (SNR) de la source 3. La méthode BIRTH, parvient parfaitement à identifier le vecteur directeur de la source 3 même pour une faible valeur de SNR.

Finalement, supposons que les $P = 3$ sources précédentes soient reçues sur un réseau circulaire de $N = 3$ capteurs tel que $R/\lambda = 0.55$.

La figure 8 montre alors les variations de la quantité α_3 à la sortie des algorithmes JADE, COM1, COM2 et BIRTH en fonction du nombre

d'échantillons : l'algorithme BIRTH fonctionne également en contexte *surdéterminé*, c'est-à-dire lorsque le nombre de sources est inférieur au nombre de capteurs, et bien que des cumulants d'ordre 6 des observations doivent être estimés, la vitesse de convergence de BIRTH est du même ordre de grandeur que celle des méthodes citées plus haut.

Bibliographie :

- 10 • [1] P. COMON, "Independent Component Analysis, a new concept?"
Signal Processing, Elsevier, vol. 36, no. 3, pp. 287–314, April 1994.
- [2] J.-F. CARDOSO and A. SOULOUMIAC, "Blind beamforming for non-gaussian signals," *IEE Proceedings-F*, vol. 140, no. 6, pp. 362–370, December 1993.
- 15 • [3] H. HYVARINEN and E. OJA, "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis," *Neural Computation*, vol. 9, no. 7, pp. 1483–1492, 1997.
- [4] E. BINGHAM and H. HYVARINEN, "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis of complex valued signals," *Int. J. of*
20 *Neural Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 1–8, 2000.
- [5] P. COMON, "From source separation to blind equalization, contrast-based approaches," in *ICISP 01, Int. Conf. on Image and Signal Processing*, Agadir, Morocco, May 3-5 2001, pp. 20–32.
- [6] N. THIRION and E. MOREAU, "New criteria for blind signal
25 separation," in *IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, Pennsylvania, US, August 2000, pp. 344–348.
- [7] T. W. LEE, M. S. LEWICKI, M. GIROLAMI, and T. J. SEJNOWSKI, "Blind source separation of more sources than mixtures using overcomplete representations," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 6,
30 no. 4, pp. 87–90, April 1999.
- [8] P. COMON and O. GRELLIER, "Non-linear inversion of underdetermined mixtures," in *ICA 99, IEEE Workshop on Indep. Comp. Anal. and Signal Separation*, Aussois, France, January 11-15 1999, pp. 461–465.

- [9] J. F. CARDOSO, "Super-symmetric decomposition of the fourth-order cumulant tensor. Blind identification of more sources than sensors," in ICASSP 91, Toronto, Canada, May 1991, pp. 3109–3112.
- [10] P. COMON, "Blind channel identification and extraction of more
5 sources than sensors," in SPIE Conference, San Diego, US, July 19-24 1998, pp. 2–13.
- [11] L. DeLATHAUWER, P. COMON, and B. DeMOOR, "Ica algorithms for 3 sources and 2 sensors," in Sixth Sig. Proc. Workshop on Higher Order Statistics, Caesarea, Israel, June 14-16 1999, pp. 116–117.
- 10 • [12] A. TALEB, "An algorithm for the blind identification of N independent signal with 2 sensors," in ISSPA 01, sixteenth symposium on signal processing and its applications, Kuala-Lumpur, Malaysia, August 13-16 2001.
- [13] A. FERREOL, P. CHEVALIER, and L. ALBERA, demande de brevet
15 intitulé "Procédé de traitement d'antennes sur des signaux cyclostationnaires potentiellement non centrés," au nom de THALES, sous le no. d'enregistrement national 02 05575, déposé le 3 mai 2002.
- [14] A. FERREOL, P. CHEVALIER, and L. ALBERA, "Higher order blind separation of non zero-mean cyclostationary sources," in *EUSIPCO 02, XI European Signal Processing Conference*, Toulouse, France, September 3-
20 6 2002, pp. 103–106.
- [15] L. ALBERA and P. COMON, "Asymptotic performance of contrast-based blind source separation algorithms," in *SAM 02, Second IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, Rosslyn, US,
25 August 4-6 2002.
- [16] S. M. SPOONER and W. A. GARDNER, "The cumulant theory of cyclostationary time-series, Part. II : Development and applications," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 12, pp. 3409–3429, December 1994.
- 30 • [17] P. CHEVALIER, "Optimal separation of independent narrow-band sources : Concept and Performances" *Signal Processing*, Elsevier, vol. 73, pp. 27-47

- [18] P. CHEVALIER, G. BENOIT, A. FERREOL, "DF after Blind Identification of the source steering vectors : the Blind-Maxcor and Blind-MUSIC methods", *Proc. EUSIPCO*, Trieste (Italy), pp 2097-2100, Sept. 1996.

REVENDEICATIONS

1 - Procédé d'identification aveugle de sources au sein d'un système
 5 comportant P sources et N capteurs caractérisé en ce qu'il comporte au moins une étape d'identification de la matrice des vecteurs directeurs des sources à partir de l'information propre aux vecteurs directeurs \mathbf{a}_p des sources contenue de manière redondante dans les statistiques circulaires d'ordre $m=2q$ du vecteur des observations reçues par les N capteurs.

10

2 - Procédé selon la revendication 1 caractérisé en ce que les statistiques circulaires d'ordre $m = 2q$ s'expriment en fonction d'une matrice diagonale de rang plein des autocumulants des sources et d'une matrice représentant la juxtaposition des vecteurs directeurs des sources de la manière
 15 suivante :

$$\mathbf{C}_{m,x} = \mathbf{A}_q \zeta_{m,s} \mathbf{A}_q^H \quad (11)$$

où $\zeta_{m,s} = \text{diag}([C_{1,1,\dots,1,s}^{1,1,\dots,1}, \dots, C_{P,P,\dots,P,s}^{P,P,\dots,P}])$ est la matrice diagonale de rang plein des autocumulants $C_{p,p,\dots,p,s}^{p,p,\dots,p}$ d'ordre $m = 2q$ des sources, de taille $(P \times P)$, et où $\mathbf{A}_q = [\mathbf{a}_1^{\otimes (q-1)} \otimes \mathbf{a}_1^* \dots \mathbf{a}_P^{\otimes (q-1)} \otimes \mathbf{a}_P^*]$, de taille $(N^q \times P)$ et supposée de rang
 20 plein, représente la juxtaposition des P vecteurs colonnes $[\mathbf{a}_p^{\otimes (q-1)} \otimes \mathbf{a}_p^*]$.

3 - Procédé selon l'une des revendications 1 et 2 caractérisé en ce qu'il comporte au moins les étapes suivantes :

0 : construire, à partir des différents vecteurs d'observations $\mathbf{x}(t)$, une
 25 estimée $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}$ de la matrice de statistiques $\mathbf{C}_{m,x}$ des observations,

1 : décomposer en valeurs singulières la matrice $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}$, en déduire une estimée \hat{P} du nombre de sources P et une racine carrée $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}^{1/2}$ de $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}$, par

exemple en prenant $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}^{1/2} = \mathbf{E}_s |\mathbf{L}_s|^{1/2}$ où $|\cdot|$ désigne l'opérateur valeur absolue, où \mathbf{L}_s et \mathbf{E}_s sont respectivement la matrice diagonale des \hat{P} plus grandes (en valeur absolue) valeurs propres réelles de $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}$ et la matrice des vecteurs propres orthonormés associés ;

- 5 2 : extraire de la matrice $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}^{1/2} = [\Gamma_1^T, \dots, \Gamma_N^T]^T$ les N blocs matriciels Γ_n : chaque bloc Γ_n de taille $(N^{(q-1)} \times P)$ est constitué des $N^{(q-1)}$ lignes successives de $\hat{\mathbf{C}}_{m,x}^{1/2}$ à compter de la « $N^{(q-1)}(n-1)+1$ »-ième ;
- 3 : construire les $N(N-1)$ matrices Θ_{n_1,n_2} définies, pour tous $1 \leq n_1 \neq n_2 \leq N$, par $\Theta_{n_1,n_2} = \Gamma_{n_1}^\# \Gamma_{n_2}$;
- 10 4 : déterminer la matrice \mathbf{V}_{sol} , solution au problème de diagonalisation conjointe des $N(N-1)$ matrices Θ_{n_1,n_2} ;
- 5 : pour chacune des P colonnes \mathbf{b}_p de $\hat{\mathbf{A}}_q$, extraire les $K = N^{(q-2)}$ vecteurs $\mathbf{b}_p(k)$ empilés les uns en dessous des autres dans le vecteur $\mathbf{b}_p = [\mathbf{b}_p(1)^T, \mathbf{b}_p(2)^T, \dots, \mathbf{b}_p(K)^T]^T$;
- 15 6 : convertir les dits vecteurs colonne $\mathbf{b}_p(k)$ de taille $(N^2 \times 1)$ en matrice $\mathbf{B}_p(k)$ de taille $(N \times N)$;
- 7 : Décomposer conjointement en valeurs singulières ou diagonaliser conjointement les $K = N^{(q-2)}$ matrices $\mathbf{B}_p(k)$ en et retenir comme estimée d'un des vecteurs colonnes de \mathbf{A} , le vecteur propre commun aux K matrices $\mathbf{B}_p(k)$
- 20 8 : répéter les étapes 5 à 7 pour chacune des P colonnes de $\hat{\mathbf{A}}_q$ afin d'estimer, dans le désordre et à une phase près, les P vecteurs directeurs \mathbf{a}_p et donc, à une matrice triviale unitaire près, la matrice de mélange \mathbf{A} .
- 25 4 – Procédé selon l'une des revendications 1 à 3 caractérisé en ce que le nombre de capteurs N est supérieur ou égal au nombre de sources P et en

ce qu'il comporte une étape d'extraction des sources consistant à appliquer aux observations $\mathbf{x}(t)$ un filtre construit à l'aide de l'estimée $\hat{\mathbf{A}}$ de \mathbf{A} .

5 – Procédé selon l'une des revendications 2 à 4 caractérisé en ce que $\mathbf{C}_{m,x}$ est égale à la matrice de quadricovariance \mathbf{Q}_x et en ce que $m = 4$.

6 – Procédé selon l'une des revendications 2 à 4 caractérisé en ce que $\mathbf{C}_{m,x}$ est égale à la matrice d'hexacovariance \mathbf{H}_x et en ce que $m = 6$.

10 7 – Procédé selon l'une des revendications 1 à 6 caractérisé en ce qu'il comporte une étape d'évaluation de la qualité de l'identification du vecteur directeur associé en utilisant un critère tel que

$$D(\mathbf{A}, \hat{\mathbf{A}}) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P)$$

où

$$15 \quad \alpha_p = \min_{1 \leq i \leq P} [d(\mathbf{a}_p, \hat{\mathbf{a}}_i)] \quad (17)$$

et où $d(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ est la pseudo-distance entre les vecteurs \mathbf{u} et \mathbf{v} , tel que :

$$d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 1 - \frac{|\mathbf{u}^H \mathbf{v}|^2}{(\mathbf{u}^H \mathbf{u})(\mathbf{v}^H \mathbf{v})} \quad (18)$$

20 8 – Utilisation du procédé selon l'une des revendications 1 à 7 à un réseau de communication.

9 – Utilisation du procédé selon l'une des revendications 1 à 7 pour de la goniométrie à partir des vecteurs directeurs identifiés.

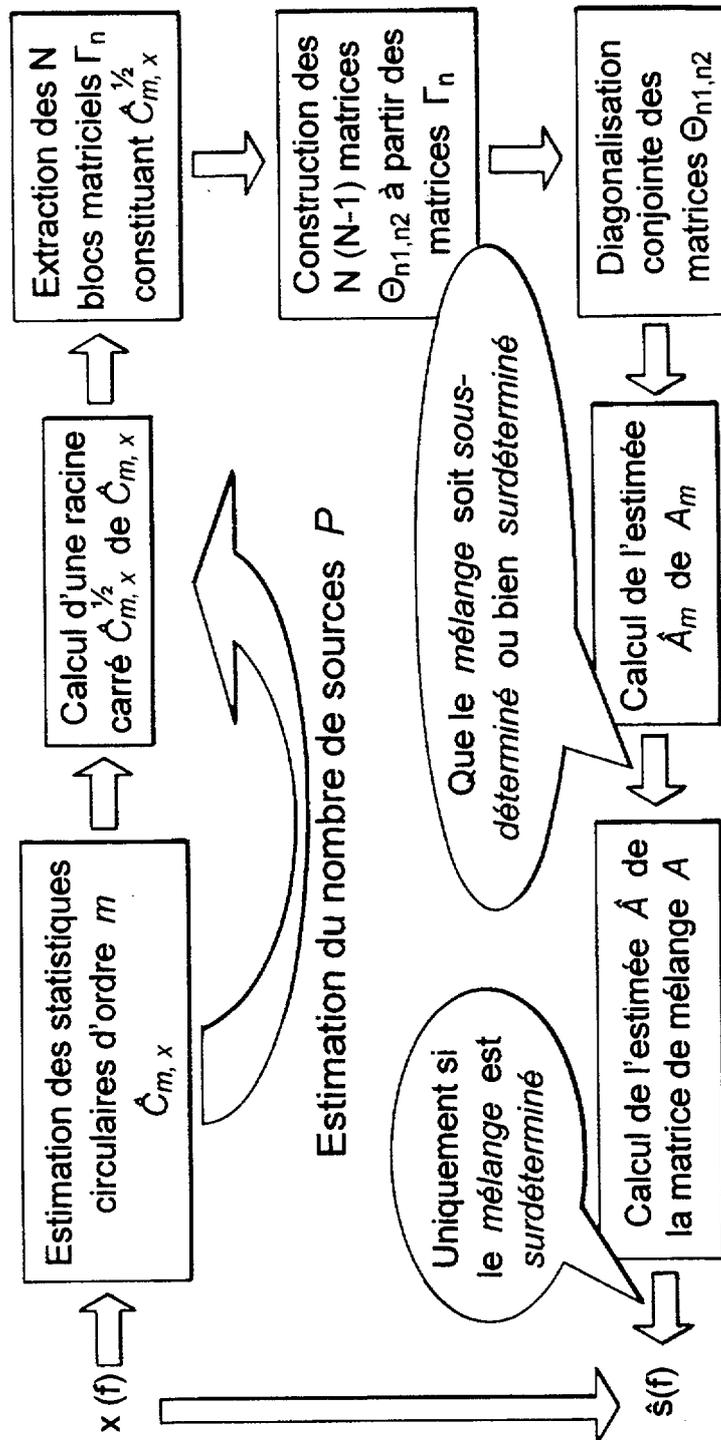


FIG.1

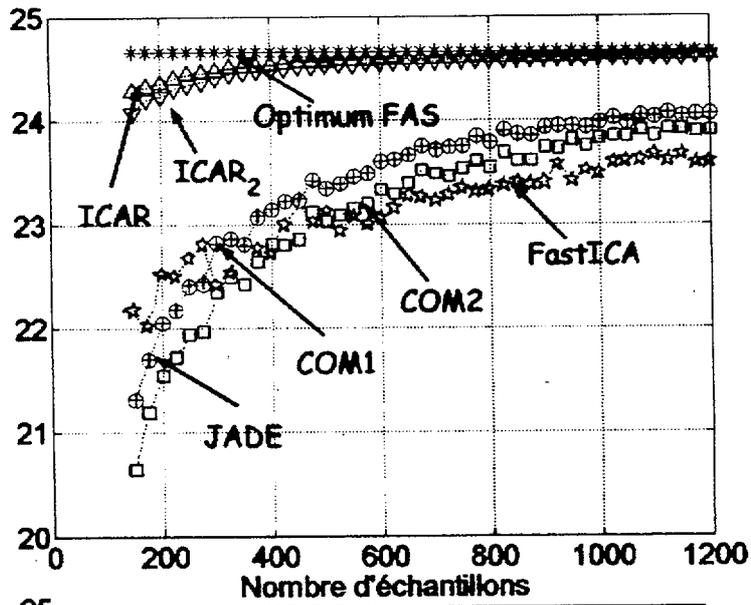


FIG.2

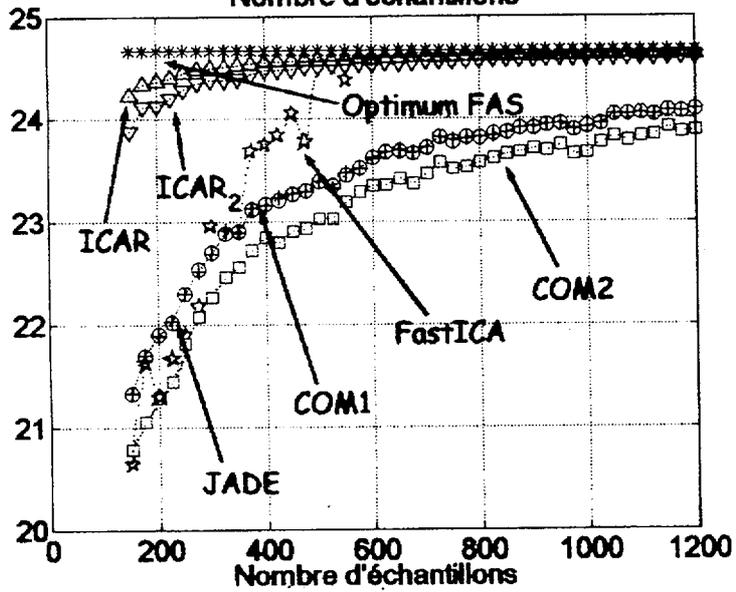


FIG.3

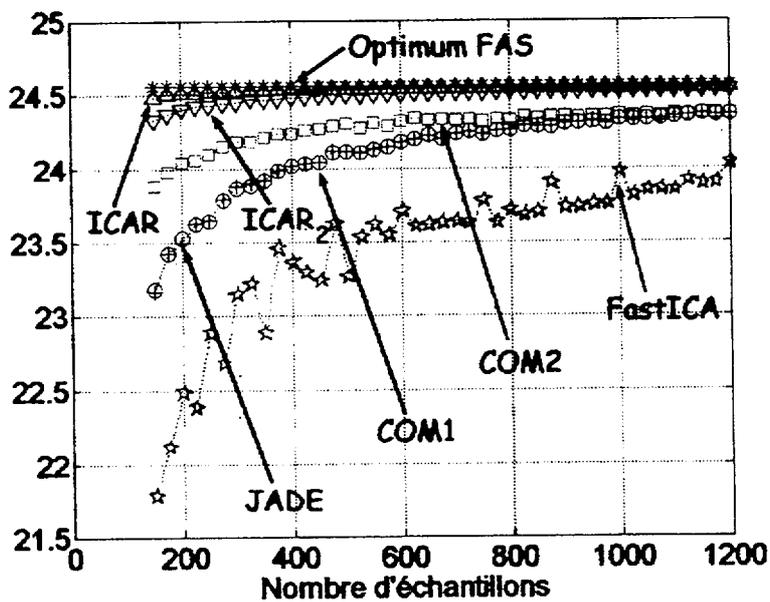


FIG.4

314

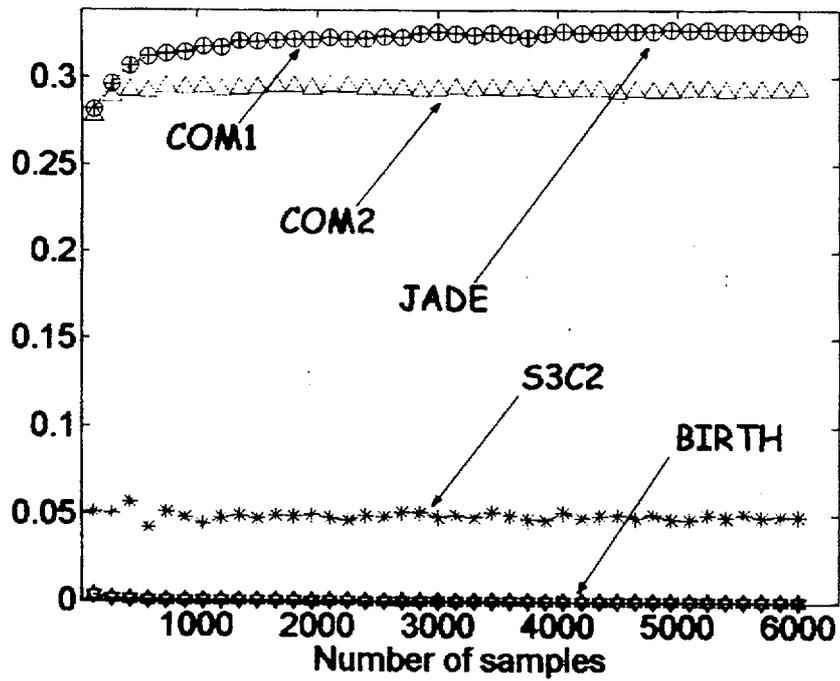


FIG.5

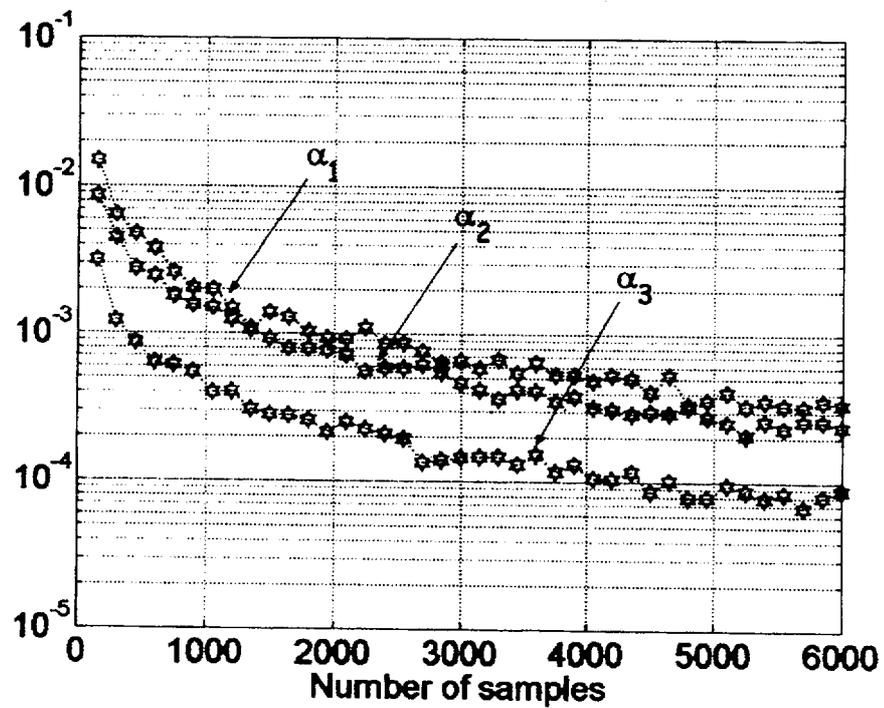


FIG.6

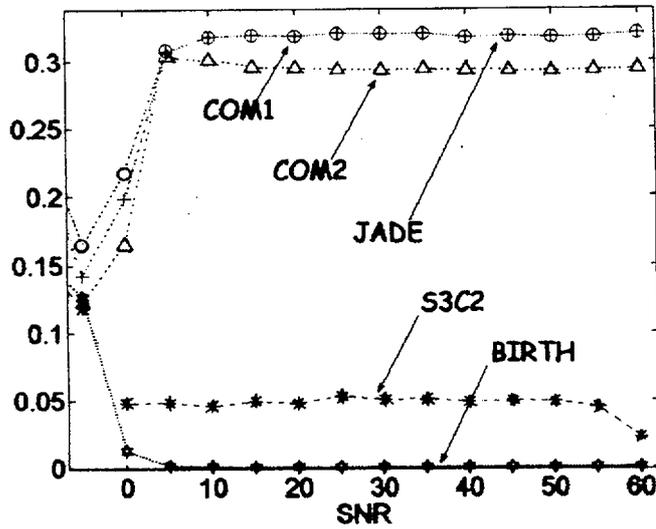


FIG.7

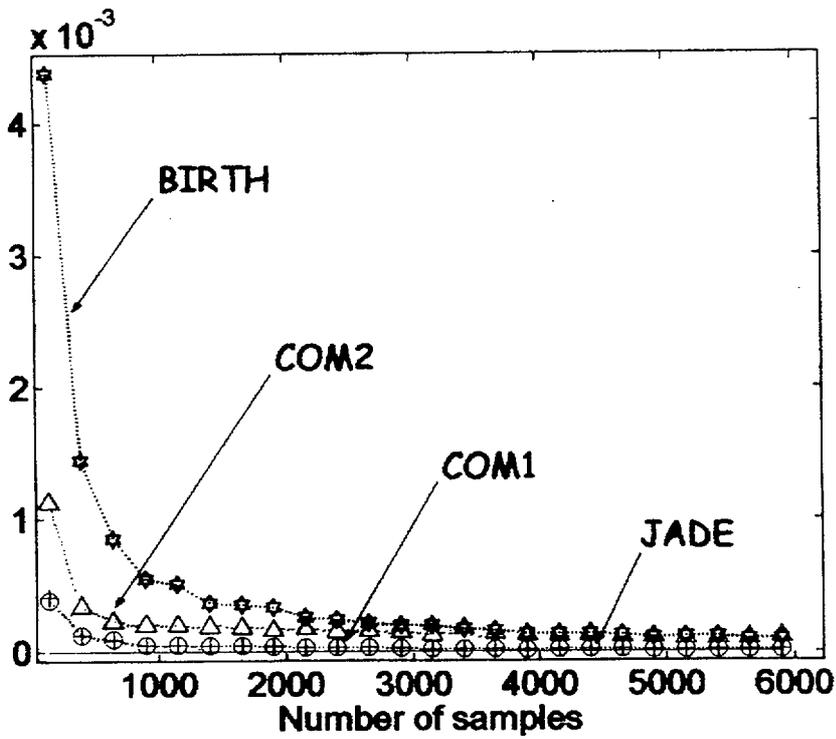


FIG.8