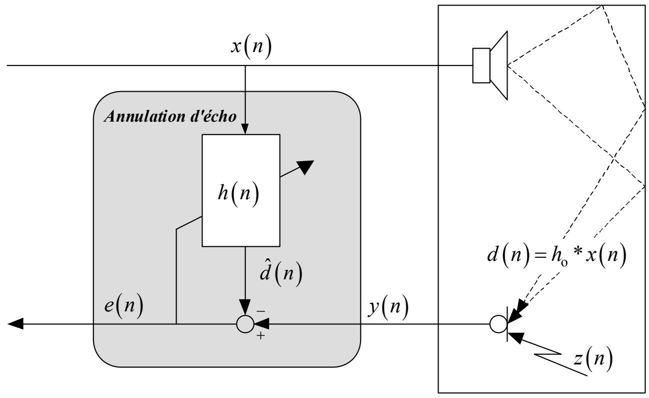
TP de filtrage adaptatif

I Présentation du problème



Annulation d'écho

Le schéma ci-dessus représente un système classique d'annulation d'écho dans un système de communication sonore (téléphone mains libres, téléconférence,…). Considérons donc 2 interlocuteurs *A* et *B*, le premier étant à imaginer sur la droite de la Figure, devant le micro, et le deuxième sur le côté gauche, à l'autre extrémité du canal de transmission et dans un environnement symétrique à celui de *A*. Si l'on se place du côté de l'interlocuteur *A*, ce dernier est à l'origine d'un signal audio $z(n)$ qui se mélange additivement au niveau du micro à un signal sonore perturbateur $d(n)$, provenant du haut parleur du téléphone, et dont l'origine est pour l'essentiel à trouver dans l'information acoustique recueillie par le micro devant lequel parle le locuteur *B*. Ce signal perturbateur est appelé écho car si il est retourné via la le canal de communication, le locuteur *B* s'entendra effectivement en echo.

On note $y(n)$ l'observation globale captée par le microphone et qui est modélisée par :

$$y(n)=d(n)+z(n)=(x*h_0)(n)+z(n).$$

Dans la relation $d(n)=(x*h_0)(n)$, $x(n)$ et h_0 sont respectivement le signal émis par le haut parleur de réception et la réponse impulsionnelle du couplage, <u>supposé de nature linéaire</u>, entre le haut-parleur et le microphone.

Le but du module d'annulation d'écho, marqué en grisé sur la figure, où l'on s'impose de réaliser *h* sous forme FIR (finite impulse response), est de supprimer au mieux la composante d'écho $d(n)=(x*h_0)(n)$ dans le signal d'émission $e(n)$. Pour comprendre l'idée mise en œuvre pour cette suppression d'écho, la sortie $\hat{d}(n)=(x*h)(n)$ du filtre FIIR doit être interprétée comme une estimation (au sens statistique du terme) du signal d'écho $d(n)$. En effet, dans le <u>cas idéal</u> où les filtres h et h_0 sont identiques (ce qui implique, pour pouvoir être modélisée en temps discret par un FIR, que la réponse impulsionnelle en temps continu du canal acoustique entre haut-parleur et micro soit de durée finie) les égalités $d(n)=(x*h_0)(n)=(x*h)(n)=\hat{d}(n)$ mènent à $e(n)=z(n)$. De manière plus général où la réponse du canal acoustique n'est pas de durée finie, se pose le problème d'estimer au mieux, au moyen d'un filtrage FIR, le signal $d(n)$ à partir du signal reçu $x(n)$. La solution de ce problème, dans le cas où l'observation *x* est assimilée à un signal aléatoire SSL et où l'on adopte le critère de l'erreur quadratique moyenne minimale, correspond à utiliser le filtrage de Wiener (sous sa forme FIR). Une propriété fondamentale pour la suite est que la meilleure estimation au moyen d'un filtre de Wiener FIIR de $d(n)$ à partir du signal reçu $x(n)$ coïncide avec la meilleure estimation de $y(n)$ à partir du même signal $x(n)$. Ceci se démontre formellement mais peut également être perçu intuitivement quand on considère que le signal utile $z(n)$ est en tout bon sens statistiquement indépendant de l'observation $x(n)$ De ce fait, en cherchant à identifier la relation statistique existant entre le signal $x(n)$ et l'observation bruitée $y(n)$ on obtiendra en fait une relation entre $x(n)$ et $d(n)$.

Le canal de propagation acoustique étant amené à varier dans le temps, il en sera de même pour la réponse impulsionnelle h_0 qui modélise son comportement en temps discret. C'est ce qui amène à utiliser des algorithmes adaptatifs dont le rôle est "d'apprendre" dans un premier temps puis de mettre continuellement à jour les coefficients du filtre FIR *h* pour conserver une compensation optimale de l'écho malgré ces variations.

II Etude théorique

On se placera dans la suite dans le cadre des hypothèses suivantes:

- Le signal reçu $x(n)$ est modélisé comme un BBD (bruit blanc en temps discret, cad une suite de VA décorrélées de même variance) gaussien, centré, et de variance ${\sigma_x}^2$ supposée égale à 1. Le message local $z(n)$ est également modélisé comme un BBD gaussien centré de variance ${\sigma_z}^2$. Le ratio entre la puissance statistique moyenne ${\sigma_z}^2$ du signal utile local *z* et celle de l'écho *d* (qui est assimilable ici à un bruit) est appelé rapport signal à bruit (au niveau de l'observation *y*) et sera noté RSB_y . Il est également intéressant de considérer un rapport signal à bruit post-traitement RSB_e, au niveau du signal d'émission, défini comme le rapport entre la puissance statistique moyenne ${\sigma_{e_z}}^2$ du signal utile présent dans *e* et celle du résidu d'écho $e_x = (h_0 - h) * x$
- Dans le cadre de la simulation le filtre canal h_0 sera supposé ici de fonction de transfert rationnelle de la forme : $H_0(z) = \dfrac{1}{1 - az^{-1}}$, *a*=0.9 .

  - Déterminer, pour h_0 donnée ci-dessus, et en utilisant la formule du cours ($\underline{h}_W = C_{\underline{X}_n}^{-1} C_{\underline{X}_n, Y_n}$ définissant sous forme d'un vecteur colonne dans les notations du cours le filtre FIR, optimum au sens de Wiener pour estimer la valeur de l'échantillon $Y[n]$ d'un signal $Y(n), n \in Z$ à partir d'un vecteurs de N échantillons $\underline{X}_n = [X_n, \ldots, X_{n-N+1}]^T$ prélevés dans un signal d'observation $X(n), n \in Z$) l'expression de la réponse impulsionnelle h_{Wiener} du filtre FIR à N coefficients optimal qui réalise l'erreur quadratique moyenne minimale entre le signal désiré $d(n)$ et le signal $\hat{d}(n) = (x * h)(n)$ obtenu par filtrage de l'observation:

$$h_{Wiener} = \underset{h}{\operatorname{argmin}} \left[E\left\{ \left(y(n) - h * x(n) \right)^2 \right\} \right]$$

Montrer, qu'étant données les hypothèses adoptées ici, ce filtre peut être également obtenu comme solution du problème:

$$hWiener = \arg\min_h \sum_{n=0}^{N-1} (h(n) - h_0(n))^2$$

dont la solution est $hWiener(n) = h_0(n)$ si $\mathrm{n} = 0, \ldots, N-1$ $et = 0$ sinon

III Filtrage adaptatif : partie pratique

L'estimation du filtre FIR h sera réalisée grâce à l'algorithme du gradient stochastique (ou LMS : least mean square).introduit dans le texte du TD "Filtrage Adaptatif". Afin de contrôler la stabilité nous utiliserons une version, dite normalisée (NLMS : Normalised LMS), de cet algorithme. On donne, dans le tableau ci-après, les équations du LMS pour un filtre adaptatif de longueur N : $\underline{h}(n)=[h_0(n) \quad h_1(n) \quad \cdots \quad h_{N-1}(n)]^T$. Notons que la variable n est ici utilisée pour représenter le numéro de l'itération dans l'algorithme, la variable i quand à elle permettant de distinguer les différentes coordonnées des vecteurs intervenant dans cette même itération.

Itération de Filtrage (n=1,2,..)	**Itération de Réactualisation (n=1,2,..)**
Echo estimé : $\hat{d}(n)=(x*h)(n)=\sum_{i=0}^{N-1} x(n-i)h_i(n)$ *Erreur* : $e(n)=y(n)-\hat{d}(n)$	*LMS :* $h_i(n+1)=h_i(n+1)+\mu e(n)x(n-i)$ *NLMS :* $h_i(n+1)=h_i(n+1)+\mu e(n)\frac{x(n-i)}{\sum_{k=0}^{N-1} x^2(n-k)}$

- Vérifier expérimentalement l'expression du filtre en estimant par des moyennes temporelles la NxN matrice d'auto-corrélation (sur le signal d'observation x simulé) et le Nx1 vecteur d'inter-corrélation (entre le signal x simulé et le signal y simulé ou encore entre le signal x simulé et le signal d simulé).
- Implémentation du LMS/NLMS : écrire une fonction qui prend en entrée le signal d'excitation du haut-parleur, le signal d'observation, la taille du filtre de convolution adaptatif et le pas d'adaptation, pour rendre en sortie l'écho résiduel $e(n)$ (*Exemple : e =* lms(x,y,N,mu)). Pour cela , on s'attachera à écrire préalablement les différentes équations sous forme vectorielle en écrivant le vecteur filtre adaptatif (à la nième itération de l'algorithme) $\underline{h}(n)=\left[h_0(n)\cdots h_{N-1}(n)\right]^T$ et le vecteur d'observation (également à la nième itération de l'algorithme) $\underline{x}(n)=\left[x(n)\cdots x(n-N+1)\right]^T$.
- Filtre moyen : calculer le filtre moyen pour différentes valeurs du REB : 20, 10 et 5 dB. Conclure.
- Calcul de l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) : calculer l'EQM en sortie du filtre pour différentes valeurs du pas d'adaptation : $\mu = 0.001, 0.005, 0.01, 0.05$ (REB = 10dB). Conclure. Calculer également l'EQM en sortie du filtre pour différentes valeurs du REB : 20 et 10 dB ($\mu = 0.01$) et conclure.
- Vitesse de convergence : observer (visuellement) la vitesse de convergence pour différentes valeurs du pas d'adaptation. Conclure (mettre les résultats en relation avec la question précédente).

On suppose maintenant que le signal reçu peut être modélisé comme le résultat du filtrage AR d'un bruit blanc gaussien centré b : $x(n)=\alpha x(n-1)+b(n)$, avec α=0.9 et σ_b ajusté de manière à ce que x soit de puissance unité.

- Réexaminer la question précédente, et comparer les résultats. Conclure.