

TD 6 : correction du partiel

DEUG STPI, semestre 4, année 2003-2004

Exercice 1.

Montrer que la série de fonctions $\sum_{n=0}^{+\infty} (n+1) \left(\frac{t^2}{2+t^2}\right)^n$ converge uniformément sur tout intervalle fermé de \mathbb{R} . Calculer sa somme.

Exercice 2.

Développer en série entière les fonctions suivantes (on donnera également les rayons de convergence des développements) :

1. $\frac{1}{x^2-3x+2}$
2. $\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$
3. $\frac{1}{(1-x)^3}$
4. $\operatorname{arctg}(x)$

Exercice 3.

Soit la fonction $x(t)$ périodique de période 2 définie sur $[-1,1]$ par $x(t) = (1 - |t|^2)$. Développer cette fonction en série de Fourier. En déduire la valeur de la somme $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^4}$.