

TD : Distributions

Mathématiques
Licence STS Mention Electronique

Laboratoire LTSI - Université de Rennes1

Exercice 1.

Dériver au sens des distributions :

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{si } |x| > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1)$$

$$Sgn(x) = \frac{|x|}{x} \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}^* \quad (2)$$

Puis, exprimer $H(x)$ et $Sgn(x)$ à l'aide de l'échelon unité $U(x)$ et retrouver les résultats précédents.

Exercice 2.

1. Montrer que $\forall f \in C^\infty$, on a : $(fT)' = fT' + f'T$. En déduire l'égalité suivante : $f\delta' = f(0)\delta' - f'(0)\delta$;
2. En déduire la dérivée des fonctions $|x| = Sgn(x)x$, $H(x)\cos(\pi x)$ et $H(x)\sin(\pi x)$.

Exercice 3.

1. Calculer la dérivée première de la fonction $f(x) = |\sin(\pi x)|$;
2. Puis, calculer la dérivée seconde de f et exprimer cette dernière en fonction de f .

Exercice 4.

On définit une distribution $T = U(x)e^{-x}\sin(2x)$ et un opérateur différentiel $D = \frac{d^2}{dx^2} + 2\frac{d}{dx} + 5$. Calculer les distributions T' , T'' et DT . Rappelons que $U(x)$ est la fonction échelon unité.