

Exercice 1. On présente sur l'entrée d'un filtre linéaire et homogène discret un bruit blanc discret centré B tel que $\Gamma_B[0] = \alpha$. En considérant que la fonction d'intercorrélation entre la sortie S du filtre et son entrée est $\Gamma_{S,B}[p] = K\alpha^p \cdot U[p]$, $p \in \mathbb{Z}$ où $\alpha \in]0,1[$, calculer la DSP de S .

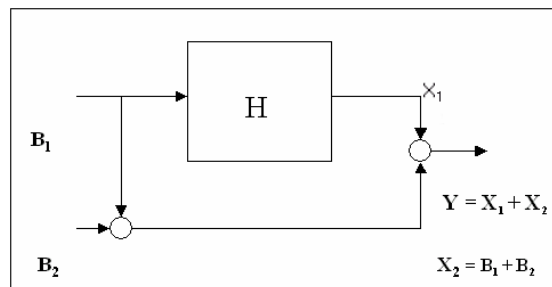
Exercice 2. Soit un filtre discret de réponse impulsionnelle :

$$H[n] = \delta_0[n] - 1/2 \cdot \delta_1[n] - 1/2 \cdot \delta_2[n], n \in \mathbb{Z} \text{ (où } \delta_k[n] = 1 \text{ si } n = k \text{ et } = 0 \text{ sinon)}.$$

Un bruit $B[n]$, $n \in \mathbb{Z}$ correspondant à une suite de V.A. décorrélées 2 à 2 de même moyenne m_B et même variance σ_B^2 est présenté sur l'entrée de ce filtre. On obtient ainsi en sortie un SAD noté $X[n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

- 1) Donner la DSP (densité spectrale de puissance) et la fonction de corrélation de B .
- 2) Calculer la DSP et la fonction de corrélation de X . Que vaut la puissance statistique moyenne de X ?
- 3) On ajoute au signal X de sortie un deuxième bruit $B_1[n]$, $n \in \mathbb{Z}$ SSL (stationnaire au sens large) admettant pour fonction de corrélation $\Gamma_{B_1}[p] = \alpha^{|p|}$, $p \in \mathbb{Z}$ où α est un réel de valeur absolue inférieure à 1. Ce bruit est supposé indépendant du premier bruit B . Calculer la densité interspectrale de puissance $\gamma_{B,Y}^d(f)$ entre l'entrée du filtre et le signal $Y = X + B_1$. Donner l'expression de la densité interspectrale en Z , $\gamma_{B,Y}^Z(z)$, correspondant en précisant son domaine de convergence.

Exercice 3. On considère le système :



- B_1 et B_2 sont deux signaux aléatoires gaussiens indépendants, stationnaires au sens large et admettant les DSP (densité spectrale de puissance) :
 $\gamma_{B_1}^d(f) = b^2 + a^2 \delta_0(f)$, $\gamma_{B_2}^d(f) = c^2$ pour $f \in [-1/2, 1/2[$.
 a, b et c sont des constantes réelles. Pour $|p|$ grand les VA $B_1[n]$ et $B_2[n + |p|]$ sont considérées comme étant indépendantes.
 - H est un filtre linéaire et homogène de réponse impulsionnelle sur Z : $H[n] = \alpha^n U[n]$, $\alpha \in]-1, 1[$.
- 1) Quelle la réponse en fréquence de H ?
 - 2) Quelles sont les PSM (puissance statistique moyenne) de B_1 et de B_2 ?
 - 3) Calculer la fonction d'autocorrélation de X_1 et sa densité spectrale. Quelle est la variance de X_1 ?
 - 4) Calculer l'intercorrélation entre X_1 et X_2 ?
 - 5) Calculer la DSP $\gamma_Y^d(f)$.
 - 6) Donner la loi de probabilité de $X_1[n]$ et la variance de $Y[n]$.