

LISTE N° 3 - PROBABILITES

I - On tire au hasard un nombre entre 0 et 1 suivant une loi uniforme. On désigne par X la variable aléatoire correspondante. On opère ensuite la transformation : $Y = -a \ln(X)$, a réel positif.

- 1) Quelle est la densité de probabilité de la variable aléatoire Y ?
- 2) Quelle est sa moyenne ?

II - On lance deux dés A et B . On note X_A et X_B les résultats respectifs, à valeurs dans $\{1, 2, \dots, 6\}$.

- 1) On considère la variable aléatoire $Y = \max(X_A, X_B)$. Déterminer sa distribution de probabilité.
- 2) Calculer la moyenne de Y à partir de sa loi.
- 3) On considère Z la variable aléatoire définie par la valeur absolue de la différence algébrique entre X_A et X_B . Quelle loi suit Z ?
- 4) Calculer la moyenne et la variance pour les variables aléatoires X_A , $X_A - X_B$ et Z .

III - On considère une variable aléatoire X de loi de probabilité :

$$p_X(x) = K e^{-|x|}$$

- 1) Déterminer K .
- 2) Calculer les moments de la variable X .

IV - On considère la variable aléatoire X de loi :

$$p_X(x) = p_1 \delta_0(x) + p_2 \delta_1(x) + \frac{K}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}}$$

- 1) Trouver la relation entre p_1 , p_2 et K pour que la mesure ci-dessus représente une loi de probabilité.
- 2) Calculer $E[X]$ et $E[X^2]$.
- 3) Quelle condition doit être remplie pour que la loi soit centrée ?